

# Résumé de Cours : La projection

## Résumé de Cours

### 1) La projection sur une droite parallèlement à une autre droite

a) Soient  $(D)$  et  $(\Delta)$  deux droites sécantes en un point  $A$ , et soit  $M$  un point du plan ; la droite qui passe par  $M$  et parallèle à  $(\Delta)$  coupe  $(D)$  en un point  $M'$

Le point  $M'$  s'appelle la projection du point  $M$  sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$  ou le projeté  $M$  sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$  ou l'image du point  $M$  par la projection

$P_{(D;\Delta)}$  sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$  et on écrit :  $P_{(D;\Delta)}(M) = M'$  ou

$$P(M) = M'$$

La droite  $(\Delta)$  s'appelle la direction de la projection.

$P(M) = M'$  :  $M'$  l'image du point  $M$  par la projection  $P$

Si  $B \in (D)$  alors  $P(B) = B$  on dit alors que le point  $B$  est invariant par la projection  $P$

### 2) Propriétés

- Chaque point de  $(D)$  est confondu avec sa projection
- Est tout point confondu avec sa projection est un point de  $(D)$
- On dit que la droite  $(D)$  est globalement invariante par la projection sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$
- L'image du segment  $[AB]$  par la projection  $P$  est le segment  $[A'B']$  et on écrit :  $P([AB]) = [A'B']$
- La projection conserve les milieux

**Remarque :** Si les droite  $(D)$  et  $(\Delta)$  sont perpendiculaire

On dit que  $M'$  est la projection orthogonale de  $M$  sur  $(D)$

**3) Théorème de Thalès :** Soient  $(D)$  et  $(\Delta)$  deux droites sécantes en un point et soient  $A ; B ; C$  trois points alignés du plan tel que  $(AB)$  et  $(\Delta)$  ne sont pas parallèles

Soient  $A' ; B' ; C'$  et  $D'$  respectivement les projetés des points  $A ; B ; C$  et  $D$  sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$

a) Alors : 
$$\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$$

b) Si :  $\vec{AB} = k\vec{AC}$  avec  $k \in \mathbb{R}$  alors  $\vec{A'B'} = k\vec{A'C'}$

La projection conserve le coefficient d'alignement de trois points

c) Si  $\vec{AB} = k\vec{CD}$  Alors :  $\vec{A'B'} = k\vec{C'D'}$

La projection conserve le coefficient de colinéarité de deux vecteurs

**4) Le théorème réciproque de Thalès :** Soient  $(D)$  et  $(D')$  deux droites non parallèles a une troisième  $(\Delta)$

Soient  $A ; B$  deux points de la droite  $(D)$  tel que  $A'$  et  $B'$  respectivement les projetés des points  $A ; B$  sur  $(D')$  parallèlement à  $(\Delta)$ .

Si  $C$  un point de la droite  $(D)$  et  $C'$  un point de la droite  $(D')$  tel

que 
$$\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$$

Et les points  $A ; B$  et  $C$  sont dans le même ordre sur la droite  $(D)$

que les points  $A' ; B'$  et  $C'$  sur la droite  $(D')$

Alors : le point  $C'$  est la projection de  $C$  sur la droite  $(D')$  parallèlement à  $(\Delta)$  et on a  $(AA') \parallel (BB') \parallel (CC')$

