Les Transformations du plan   Tronc commun Sciences BIOF

Résumé de Cours

<u>I) symétrie axiale et symétrie centrale et translation et l'homothétie</u>

1) (Δ) est une droite du plan.

La symétrie axiale d'axe (Δ) est la transformation qui transforme tout point M du plan au point unique M' tel que : (Δ) est la médiatrice du segment [MM'] La symétrie axiale d'axe (Δ) est notée : $S_{(\Delta)}$

D'où : $S_{(\Delta)}(M) = M'$ si et seulement si : (Δ) est la médiatrice du segment [MM']

$S_{(\Delta)}(N) = N'$ $S_{(\Delta)}(M) = M'$

2) Ω est un point du plan. La symétrie centrale de centre Ω est la transformation qui transforme tout point M du plan au point unique M' tel que $\overrightarrow{\Omega M'} = -\overrightarrow{\Omega M}$

La symétrie centrale de centre Ω est notée : S_{Ω}

D'où : $S_{\Omega}(M) = M'$ si et seulement si : $\overrightarrow{\Omega M'} = -\overrightarrow{\Omega M}$.

3) $\vec{u}$ est un vecteur du plan . La translation de vecteur $\vec{u}$ est la transformation qui transforme tout point M du plan au point unique M' tel que: $\vec{u} = \overrightarrow{MM'}$ La translation de vecteur $\vec{u}$ est notée : $t_{\vec{u}}$

D'où : $t_{\vec{u}}(M) = M'$ si et seulement si : $\vec{u} = \overrightarrow{MM'}$.

4) Ω est un point du plan et k un nombre réel. L'homothétie de centre Ω et de rapport k est la transformation qui transforme tout point M du plan au point unique M' tel que : $\overrightarrow{\Omega M'} = k\,\overrightarrow{\Omega M}$

L'homothétie de centre Ω et de rapport k est notée : $h_{(\Omega,k)}$

D'où : $h(M) = M'$ si et seulement si : $\overrightarrow{\Omega M'} = k\,\overrightarrow{\Omega M}$.

<u>II. Propriétés caractéristiques</u>

<u>Remarque :</u> une transformation pour cette leçon et soit une symétrie axiale ou symétrie centrale ou translation ou l'homothétie

<u>1° Propriété caractéristique de l'homothétie :</u>

Soit $k \in \mathbb{R}^*$

T est une homothétie si et seulement si : T transforme deux points M et N du plan en deux points M' et N' tel que $\overrightarrow{M'N'} = k\,\overrightarrow{MN}$.

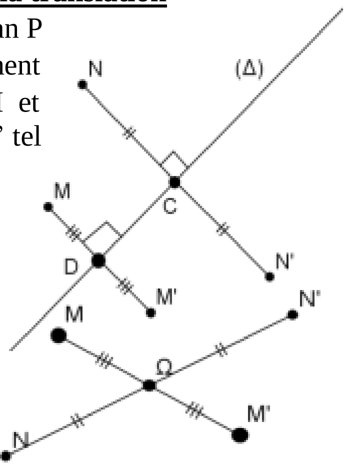
<u>2° Propriété caractéristique de la symétrie centrale</u>

Soit T une transformation du plan P ; T est une symétrie centrale si et seulement si : T transforme deux points M et N du plan en deux points M' et N' tel que : $\overrightarrow{M'N'} = -\overrightarrow{MN}$

<u>3° Propriété caractéristique de la translation</u>

Soit T une transformation du plan P

T Est une translation si et seulement si : T Transforme deux points M et N du plan en deux points M'et N' tel que : $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$



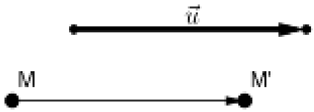
<u>III. Propriété des transformations</u>

1) a)Un point A est invariant si son image A' est lui-même ; c'est-à-dire A' = A.

b) Dans une symétrie de centre I, seul le centre de symétrie, I est un point invariant

c) Dans une symétrie axial d'axe Δ , les points invariants sont les points de la droite (Δ).

d) Dans une translation de vecteur $\vec{u} \neq 0$, il n'y a aucun point invariant.

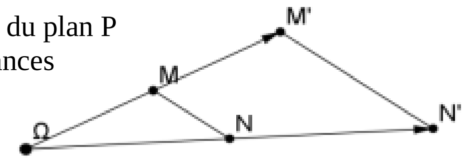


2) Propriétés de conservation

Les transformations conservent :

L'alignement des points et le coefficient d'alignement et le Milieu.

Les transformations du plan P conservent les distances sauf l'homothétie



(L'homothétie ne conserve pas les distances)

Les transformations du plan P conservent les mesures des angles.

Les transformations du plan P conservent le parallélisme et l'orthogonalité.

<u>IV) images des figures par les transformations</u>

L'image d'une droite par une translation ou par une homothétie est une droite qui lui est parallèle.

L'image d'une demi-droite par une transformation est une demi-droite

L'image d'un segment par une transformation est un segment de même longueur sauf pour l'homothétie

L'image d'un cercle par une translation est un cercle de même rayon sauf pour l'homothétie

L'image d'un cercle de rayon r par une homothétie $h_{(\Omega,k)}$ est un cercle de rayon $r' = |k|\,r$