

Equations et inéquations et systèmes partie 1

Résumé de Cours

1°) Les équations du premier degré a une inconnue.

a) On appelle équations du premier degré a une inconnue toute équation de la forme : $ax + b = 0$ où les coefficients a, b sont des réels donnés et x est l'inconnue

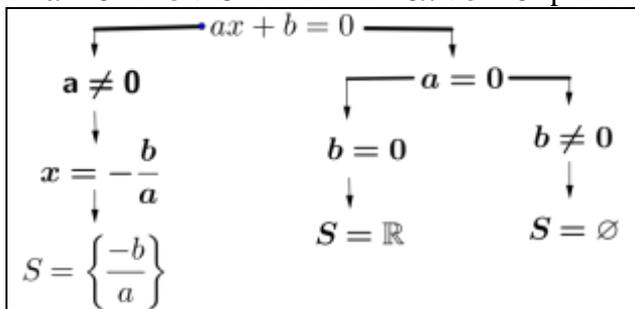
Résoudre l'équation c'est déterminer l'ensemble de toutes les solutions notées : S

b) Résolution de l'équation : $ax + b = 0$

Si $a \neq 0$ alors : $x = -\frac{b}{a}$ donc une solution unique et par suite : $S = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}$

Si $a = 0$ et $b = 0$ alors on a : $0x + 0 = 0$ donc : $S = \mathbb{R}$

Si $a = 0$ et $b \neq 0$ alors on a : $0x + b = 0$ pas de solutions donc : $S = \emptyset$



2°) Les inéquations du premier degré a une inconnue.

a) Le signe du binôme $ax + b$ $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$

Résumé : $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	signe de $-a$	0	signe de a

b) Solution de l'inéquation du premier degré a une inconnue

Définition : On appelle inéquations du premier degré a une inconnue toute inéquation de la forme :

$ax + b \geq 0$ ou $ax + b \leq 0$ ou $ax + b < 0$ ou $ax + b > 0$ où les coefficients a, b sont des réels donnés et x est l'inconnue

Résoudre l'inéquation c'est déterminer l'ensemble de toutes les solutions notées : S

3°) Les équations et les inéquations du premier degré avec deux inconnues.

a) On appelle équation du premier degré a deux inconnues toute équation de la forme : $ax + by + c = 0$ où les coefficients a, b et c sont des réels donnés et le couple $(x; y)$ est l'inconnue dans \mathbb{R}^2 .

Résoudre l'équation dans \mathbb{R}^2 c'est déterminer l'ensemble S des couples solutions de l'équation.

Remarque :

- L'équation $ax + by + c = 0$ à une infinité de solutions dans \mathbb{R}^2 .
- On peut résoudre l'équation : $ax + by + c = 0$ graphiquement ou algébriquement.

4) les inéquations du premier degré avec deux inconnues.

Une inéquation à deux inconnues ne se résout pas par le calcul, mais graphiquement.

Pour résoudre graphiquement une inéquation du premier degré à deux inconnues : par ex : $ax + by + c \geq 0$

- On trace la droite d'équation : $(D) : ax + by + c = 0$;

- On prend un point M quelconque n'appartenant pas à (D) . On détermine si le couple de coordonnées $(x_M; y_M)$ de M est solution de l'inéquation ;

- Si le couple $(x_M; y_M)$ est solution, les solutions de l'inéquation sont les couples de coordonnées des points qui sont dans le même demi-plan que M.

Sinon, les solutions de l'inéquation sont les couples de coordonnées des points qui sont dans le demi-plan qui ne contient pas M.

-On hachure la région du plan qui convient.

Exemple : Résoudre dans \mathbb{R}^2 l'inéquation : $y - 2x + 1 > 0$

Solution : On trace la droite d'équation : $(D) \ y - 2x + 1 = 0$ (1)

Cette droite partage le plan en deux demi- plans.

On peut observer le graphe ci-dessus :

-Tous les points de la zone « hachuré» ont les

coordonnées qui vérifient : $y - 2x + 1 > 0$

- Tous les points de la zone «non hachuré» ont les

coordonnées qui vérifient : $y - 2x + 1 < 0$

Soit un point. (Choisi au hasard)

Par exemple O (0 ; 0) :

On peut essayer de savoir si le point

O (0 ;0) appartient à la zone « $y - 2x + 1 > 0$ » ou à la

zone « $y - 2x + 1 < 0$ » en remplaçant $y=0$ et $x=0$ dans

l'équation « $y - 2x + 1 = 0$ » ;

Le résultat donne « 1 » ; donc le point O appartient à la

zone « $y - 2x + 1 > 0$ »

Donc : les coordonnées (0 ; 0) vérifie l'inéquation.

Donc les solutions de l'inéquation $y - 2x + 1 > 0$ est l'ensemble des couple $(x; y)$ des points $M(x; y)$

du demi- plan (La zone « hachuré») qui contient le point $O(0;0)$ privé de la droite (D).

Remarque :1) Si la droite passe par l'origine, on 'essaie » un autre point bien choisi.

Si l'inégalité est au sens large, on doit « ajouter » aux points du demi -plan les points de la

droite frontière ».

5) Résolution graphique d'un système d'inéquations à deux inconnues :

Pour résoudre graphiquement un système d'inéquations du premier degré à deux inconnues :

- On trace dans un même repère les droites d'équation : $ax + by + c = 0$ correspondant aux inéquations.

- On hachure pour chaque inéquation la région du plan dont les coordonnées $(x ; y)$ des points sont solutions ;

- Les solutions du système sont les coordonnées des points de la partie du plan hachurée.

