

## Résumé de Cours

### Equations et inéquations et systèmes partie3 :

### Equation du second degré

#### 1) Equation du second degré a une inconnue.

Une équation du second degré a une inconnue est une équation de la forme  $ax^2 + bx + c = 0$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels avec  $a \neq 0$ . Une solution de cette équation s'appelle une racine du trinôme :  $ax^2 + bx + c$ .

#### 2) Résolution d'une équation du second degré a une inconnue.

a) Les solutions dans  $\mathbb{R}$  de l'équation  $x^2 = a$  (dépendent du signe de  $a$ )

- Si  $a < 0$ , alors l'équation n'a pas de solution.
- Si  $a = 0$ , alors l'équation possède une unique solution qui est 0.
- Si  $a > 0$ , alors l'équation possède deux solutions qui sont  $\sqrt{a}$  et  $-\sqrt{a}$

b) Soit le du trinôme  $ax^2 + bx + c$  avec  $a \neq 0$ .

✓ Le trinôme peut s'écrire sous la forme dite la forme canonique :

$$ax^2 + bx + c = a \left[ (x - \alpha)^2 + \beta \right] \text{ Avec : } \alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

c) Soit l'équation :  $ax^2 + bx + c = 0$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels avec  $a \neq 0$  et soit  $\Delta = b^2 - 4ac$  son discriminant

- Si  $\Delta < 0$  : L'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  n'a pas de solution réelle c'est-à-dire :  $S = \emptyset$

Et on ne peut pas factorisée le trinôme  $ax^2 + bx + c$

- Si  $\Delta = 0$  : L'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  à une seule solution (dite double) :  $x_0 = -\frac{b}{2a}$  c'est-à-dire :  $S = \{x_0\}$

Et le trinôme  $ax^2 + bx + c$  à une forme factorisée :  $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$

- Si  $\Delta > 0$  : L'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  à deux solutions distinctes :  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

C'est-à-dire :  $S = \{x_1; x_2\}$  et le trinôme  $ax^2 + bx + c$  a une forme factorisée :  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

c) Soit le trinôme  $ax^2 + bx + c$  tel que son discriminant  $\Delta > 0$ . Si  $x_1$  et  $x_2$  sont les racines du trinôme alors :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ et } x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

d) Le système :  $(I) \begin{cases} x + y = s \\ x \times y = p \end{cases}$  où les  $s, p$  sont des réels donnés admet une solution dans  $\mathbb{R}^2$

si et seulement si  $s^2 - 4p \geq 0$  et dans ce cas  $x, y$  sont solutions de l'équation :  $x^2 - sx + p = 0$

e) Le discriminant réduit d'un trinôme : Soit le trinôme  $ax^2 + bx + c$

Si  $b$  est pair c'est-à-dire :  $b = 2b'$  on parle du discriminant réduit  $\Delta' = b'^2 - ac$  et on a :

- Si  $\Delta' < 0$  : pas de solution réelle c'est-à-dire :  $S = \emptyset$

- Si  $\Delta' = 0$  : L'équation a une seule solution (dite double) :  $x_0 = -\frac{b'}{a}$ .

- Si  $\Delta' > 0$  : L'équation a deux solutions distinctes :  $x_1 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$  et  $x_2 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$

### 3) Inéquation du second degré a une inconnue :

#### Résumé :

Si  $\Delta > 0$  le trinôme  $ax^2 + bx + c$  est du signe de  $a$  à l'extérieur des racines et le signe contraire de  $a$  entre les racines

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$
$f(x)$	Signe de $a$		Signe de $-a$	Signe de $a$

Si  $\Delta < 0$  : le trinôme  $ax^2 + bx + c$  est du signe de  $a$

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	Signe de $a$	

Si  $\Delta = 0$  : le trinôme  $ax^2 + bx + c$  est du signe de  $a$

$x$	$-\infty$	$x_0$	$+\infty$
$f(x)$	Signe de $a$	Signe de $a$	