



L'ordre dans \mathbb{R} et opérations

Méthodes et astuces et remarques et conseils

Méthodes 1 : Comment comparer deux nombres ?

- *Première méthode*

Pour comparer deux nombres a et b, une méthode consiste à calculer la différence de ces deux nombres, puis à étudier le signe de cette différence.

Exemple : On veut comparer les nombres $(a + b)^2$ et $4ab$ où a et b sont deux réels quelconques :

$$(a + b)^2 - 4ab = (a^2 + 2ab + b^2) - 4ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \geq 0$$

Donc $(a + b)^2 \geq 4ab$.

- *Deuxième méthode*

Pour comparer deux nombres a et b de même signe, avec, par exemple, des radicaux, une autre méthode consiste à comparer leurs carrés. (attention au signe de a et b)

Exemple : Comparer : $3\sqrt{5}$ et $5\sqrt{2}$.

On a : $3\sqrt{5} \in \mathbb{R}^+$ et $5\sqrt{2} \in \mathbb{R}^+$

Et on a : $(3\sqrt{5})^2 = 9 \times 5 = 45$ et $(5\sqrt{2})^2 = 25 \times 2 = 50$

et puisque : $50 > 45$ alors : $5\sqrt{2} > 3\sqrt{5}$

- *Troisième méthode :*

Pour comparer deux nombres a et b strictement positifs, une troisième méthode consiste à calculer le

quotient $\frac{a}{b}$ puis comparer ce quotient à 1.

Dans certains cas : il peut être utile de combiner plusieurs de ces méthodes pour arriver à la conclusion.

Remarques : 1) Un nombre positif est toujours plus grand qu'un nombre négatif.

2) Comparer A et B revient à comparer -A et -B si $-A < -B$ alors $A > B$, si $-A > -B$ alors $A < B$

3) a) Si les deux nombres sont des fractions, il suffit de mettre les 2 fractions avec le même dénominateur positif, et de comparer ensuite leurs numérateurs.

b) Si une fraction positive est telle que son numérateur est plus grand que son dénominateur alors cette fraction est plus grande que 1.

Attention !!! 🤔 Il ne faut surtout pas dire :

$$\sqrt{x^2} = x$$

Cette formule n'est vraie que si $x \geq 0$, ce qui n'est pas forcément le cas tout le temps !!

Donc : $\sqrt{x^2} = |x|$ si $x \in \mathbb{R}$

Dans la notation d'intervalle comme dans la représentation sur la droite réelle, un crochet ouvrant indique que la borne ne fait pas partie de l'intervalle alors qu'un crochet fermant l'y inclut.



Histoire de crochets.

On parle souvent de crochet ouvrant ou de crochet fermé.

Expliquons ce qu'il en est.

→ Un crochet est ouvert lorsqu'il fait le dos à sa borne. il indique que celle-ci ne fait pas partie de l'intervalle.

La borne 2 ne fait pas partie de l'intervalle] 2 ; 5].

Et la borne 7 ne fait pas partie de l'intervalle] 1 ; 7 [.

→ Aux infinis (en $-\infty$ et $+\infty$), le crochet est toujours ouvert

→ Un crochet fermé est un crochet qui s'ouvre sur sa borne. Il indique qu'elle fait partie de l'intervalle.

Un crochet qui n'est pas ouvert est nécessairement fermé.