☺ Fiche de méthodes en géométrie dans l'espace

Tronc commun Sciences BIOF

Méthode1 : Comment montrer qu'un point appartient à un plan ? Notation : $M \in (P)$

Il suffit de montrer que :
- Qu'il appartient à une droite incluse dans ce plan - elle passe par deux points du plan
- Qu'il appartient à un segment d'une face incluse dans le plan.

Méthode2 : Comment montrer qu'une droite est incluse dans un plan ? Notation : $(D)\in(P)$

Il suffit de montrer que :
-Elle passe par deux points du plan
- Elle passe par un point du plan et qu'elle est parallèle à une droite du plan.

Méthode3 : Comment montrer que deux droites (D) et (D') sont parallèles? Notation : $(D)\ //\ (D')$

a) Montrer qu'elles sont coplanaires et appliquer un théorème de géométrie plane
(Droite des milieux, théorème de Thalès,...)
b) Appliquer un théorème de parallélisme :
- Trouver une droite parallèle à ces deux droites.
- Trouver deux plans parallèles coupés par un troisième plan en ces mêmes droites.
- Appliquer le théorème du toit : voir une des droites (D) comme étant l'intersection de deux plans passant par deux droites parallèles, dont (D')) fait partie.

Méthode4 : Comment montrer que deux droites sont sécantes ?
- Trouver un point qui appartient à ces deux droites
- Montrer qu'elles sont coplanaires et non parallèles.

Pour montrer qu'elles ne sont pas parallèles :
a) Appliquer la contraposée du théorème de Thalès (en montrant qu'il n'y a pas égalité de deux rapports).
b) Raisonner par l'absurde (en montrant qu'il est impossible qu'elles soient parallèles).
c) Quand l'énoncé le permet, se fier aux règles de la perspective cavalière.

Méthode5 : Comment montrer que des droites sont perpendiculaires (orthogonales) ?
a)Il suffit de montrer qu'elles sont sécantes et Appliquer les théorèmes de géométrie plane (réciproque du théorème de Pythagore, triangle inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés,...)
b)Il suffit de montrer qu'une droite est perpendiculaire à un plan contenant l'autre droite.

Méthode6 : Comment montrer qu'une droite est perpendiculaire à un plan ?
Il suffit de montrer qu'elle est perpendiculaire à deux droites sécantes incluses dans ce plan.

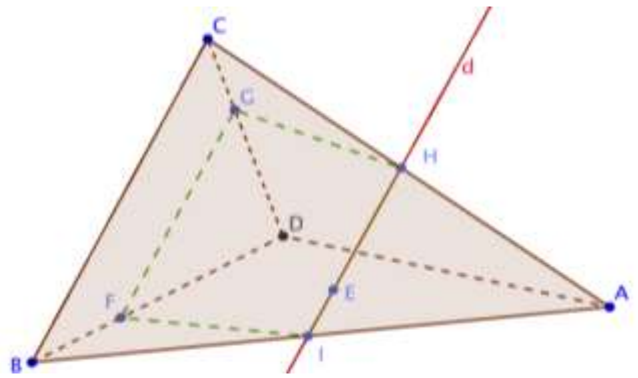
Méthode7 : Comment montrer que trois points sont alignés?
Il suffit de montrer qu'ils appartiennent à une même droite. Cette droite peut souvent être vue comme L'intersection de deux plans.

Méthode8 : Comment montrer que trois droites sont concourantes?
Il suffit de montrer que deux d'entre elles (d_1) et (d_2) sont respectivement incluses dans deux plans (P_1) et (P_2) qui se coupent en la troisième droite (d_3).

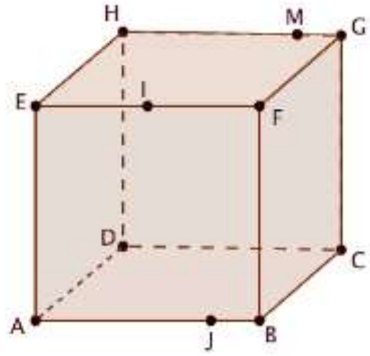
Méthode 9: Appliquer le théorème du toit
ABCD est une pyramide. Le segment [FG] est parallèle à l'arête [BC].E est un point du plan (ABC).

Construire l'intersection du plan (EFG) avec la pyramide.

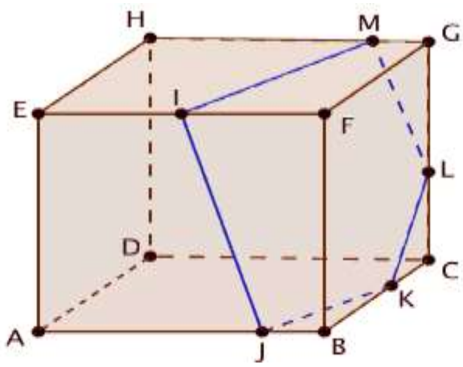
Correction :(BC) est une droite du plan (ABC) et (FG) est une droite du plan (EFG).
Les droites (FG) et (BC) étant parallèles, on peut appliquer le théorème du toit pour en déduire que les plans (ABC) et (EFG) se coupent suivant une droite *d* passant par E et parallèle à (FG) et (BC).
Cette droite coupe [AC] en H et [AB] en I.
Il suffit enfin de tracer le quadrilatère FGHI : intersection du plan (EFG) avec la pyramide.



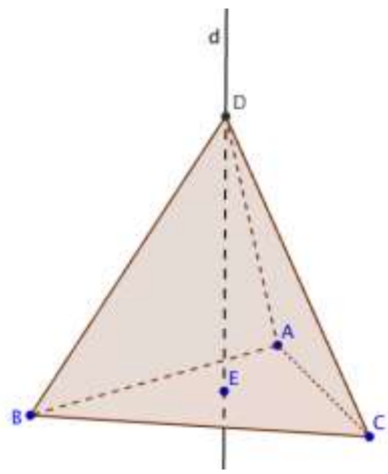
Méthode10 : Tracer l'intersection de deux plans
Construire l'intersection du plan (IMJ) avec le cube ABCDEFGH.



Correction :On construit la parallèle à (IJ) passant par M.
En effet, les faces ABFE et DCGH sont parallèles donc le plan (IMJ) sécant à la face ABFE coupe la face DCGH en une droite parallèle à (IJ).
De même, on trace la parallèle à (IM) passant par J.
On obtient les points K et L et ainsi l'intersection cherchée.



Méthode11 : Démontrer que des droites sont orthogonales
ABC est un triangle équilatéral. E est le point d'intersection de ses médianes.
La droite *d* passant par E est orthogonal au plan (ABC).
La pyramide ABCD est telle que D soit un point de la droite *d*.
Démontrer que les droites (BD) et (AC) sont orthogonales.



Solution :
La droite *d* est orthogonal au plan (ABC).
Comme la droite (AC) appartient au plan (ABC), la droite (AC) est orthogonale à la droite *d*.
Par ailleurs, la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (BE) car dans un triangle équilatéral, les médianes et les hauteurs sont confondues.
Ainsi, (AC) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (BED) : (BE) et *d*.
Donc (AC) est orthogonale au plan (BED).
La droite (BD) appartient au plan (BED) donc la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (BD).