Exercices avec corrigés en statistique

Exercice1 : Voici la liste des notes des élèves d'une classe du tronc commun science lors d'un devoir de mathématiques :

$9-8-10-12-10-8-15-18-16-15-12-12-10-10-9-8-15-12-8-10$

1) Qu'elle est population concernés par l'étude statistique ?
Et qu'elle est l'Individus concernés par l'étude statistique ?
Et qu'elle le caractère ou la propriété étudiée ?
Ce caractère est-il quantitative ou qualitative ?
2) Dresser le Tableau des effectifs et effectifs cumulés croissants et déterminer l'effectif total
3) Calculer la fréquence et le pourcentage associé au caractère 12 (ou ayant la note 12)
4) Calculer les Paramètres de position de cette série statistique (le mode ; la Moyenne ; la Médiane)
5) Il y'a deux sortes de caractères, discret et continu donner un Exemple de chaque type
6) Donner un exemple d'un caractère qualitatif

Solution :1)

La population étudié est une classe du tronc commun est l'Individus concernés par l'étude statistique est un élève de cette classe et Le caractère étudié est la note ce caractère est : **quantitatif** car il est mesurable de façon numérique : La notes obtenues est un caractère quantitatif discret. En effet, les notes prennent un nombre fini de valeurs comprises entre 0 et 20,
Le poids, la taille, les notes obtenues à un contrôle sont des caractères quantitatifs ; elles sont mesurables de façon numérique. Mais par exemple la couleur des yeux, dont les modalités peuvent être "bleus", "bruns" ou "verts» ou Groupe sanguin dont les modalités sont "O", "A", "B", et "AB" Sont des caractères qualitatifs

2) le Tableau des effectifs et effectifs cumulés croissants

18	16	15	12	10	9	8	valeur
1	1	3	4	5	2	4	Effectifs
20	19	18	15	11	6	4	Effectif cumulé

L'effectif total est :

$$N = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 = 20$$

3) fréquence et le pourcentage associé au caractère 12 : $f_1 = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ $\quad p_1 = f_1 \times 100 = \frac{100}{5} = 20\%$

4) calcul des Paramètres de position de cette série statistique :

le mode: c'est la valeur du caractère correspondant au plus fort effectif c'est : la note : 10
Médiane : Pour obtenir la médiane d'une série, on range les valeurs de la série dans l'ordre croissant.
La médiane est la valeur qui partage la série en deux populations d'effectif égal.

Exemple : **methode1 :**

L'effectif total est égal à 20. La médiane se trouve donc entre la 10^{e} et 11^{e} valeur de la série.
On écrit les valeurs de la série dans l'ordre croissant :
8 8 8 8 9 9 10 10 10 10 **10** 12 12 12 12 15 15 15 16 18
La 10^{e} valeur est égale à 10. La médiane est donc également égale à 10

Methode2 : le demie de L'effectif total est : $\frac{20}{2} = 10$

Le plus petit effectif cumulé supérieur à 10 est 15

La note associée est 10 donc la médiane est 10

La moyenne est égale à : $m = \frac{8\times4+9\times2+10\times5+12\times4+15\times3+16\times1+18\times1}{20}$

$$m = \frac{32+18+50+48+45+16+18}{20} = \frac{227}{20} = 11.35$$

5) Le salaire d'employés d'une usine. Modalités : 6000dh , 10000dh :Type Discret.

La rigidité des ressorts. Modalités : [10, 20] N/m : Type continu.

6) un caractère qualitatif est représentés par autre chose que des chiffres.
Exemple : L'état d'une maison : on peut considérer les modalités suivantes – Ancienne. – Dégradée. – Nouvelle.

Exercice2 : On interroge 14 familles pour connaitre leurs nombres d'enfants
On obtient les résultats suivants : 1-1-0-2-2-2-4-3-3-1-1-2-0-2
1)Faire le tableau des éffectifs et éffectifs cumulés et des fréquences et des pourcentages
2)Tracer le diagramme en batons des effectifs
3)Calculer le mode de cette série statistique
4)Calculer la moyenne arithmétique de cette série statistique
5)Calculer la médiane de cette série statistique

Solution :1) tableau statistique : L'effectif total est : $N = 14$ et la fréquence est : $f_i = \frac{n_i}{N}$

La fréquence : Par exemple f_1 associée au caractère x_1 est : $f_1 = \frac{n_1}{N} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7} = 0,14$

La fréquence f_2 associée au caractère x_2 est : $f_2 = \frac{n_2}{N} = \frac{4}{14} = 0,29$

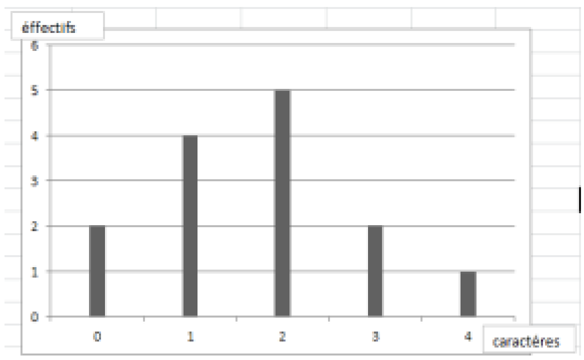
Donc le pourcentage associé au caractère x_1 est : $P_1 = f_1 \times 100 = \frac{n_1}{N}\times100 = \frac{2}{14}\times100 = \frac{1}{7}\times100 = 14\%$

Et le pourcentage associé au caractère x_2 est : $P_2 = f_2 \times 100 = 0.29\times100 = 29\%$

Nous trouvons les autres fréquences et pourcentages de la même façon et nous résumons tous les résultats dans le tableau suivant :

Modalités (x_i)	0	**1**	**2**	**3**	**4**
Nombre d'appartements(Effectifs) (n_i)	2	**4**	**5**	**2**	**1**
Effectifs cumulés	2	6	11	13	14
fréquences	0,14	0.29	0.36	0.14	0.07
pourcentages	14%	20%	36%	14%	7%

2)Tracage du diagramme en batons des effectifs
Dans l'axe des abscisses on met
les valeurs des caractéres (modalités (x_i))
et dans l'axe des ordonnés on met les effectifs
et on obtient un diagramme en batons :



3) le mode d'une série statistique est la valeur du caractére associé au plus grand effectif

le mode de cette série statistique est : la modalité 2

4)calculons la moyenne arithmétique de cette série statistique :

$$m = \frac{0\times2+1\times4+2\times5+3\times2+4\times1}{14} = \frac{0+4+10+6+4}{14} = \frac{24}{14} = \frac{12}{7} \simeq 1,7$$

5)calculons la médiane de cette série statistique :

Methode1 :Nous avons l'efféctif total : $N=14$

donc l'efféctif total est pair alors la mediane est : $M = \frac{x_i \text{ de rang } n + x_{i+1} \text{ de rang } (n+1)}{2}$

avec : $n = \frac{14}{2} = 7$

dans la série : 0-0-1-1-1-1-**2-2**-2-2-2-3-3-4 donc : $M = \frac{2+2}{2} = \boxed{2}$

Nous remarquons que cette valeur partage notre série statistique en deux classes contenant le même nombre d'individus

Methode2 : **le demie de** L'effectif total est : $\frac{14}{2} = 7$

Le plus petit effectif cumulé supérieur ou égale à 7 est 11

La Modalité associé est 5 donc la médiane est 5.

Exercice3 : On interroge 9 familles pour connaitre les nombres des chaises qu'elles ont dans leurs maisons

On obtient les résultats suivants : 7-8-8-9-9-11-11-11-12

1)Faire le tableau des éffectifs et éffectifs cumulés

2) Calculer La fréquence f le pourcentage P associée au caractère ou à la modalité 11

2)Tracer le diagramme en batons des effectifs

3)Calculer le mode de cette série statistique

4)Calculer la moyenne arithmétique de cette série statistique

5)Calculer la médiane de cette série statistique

Solution :1)

Modalités (x_i)	7	**8**	**9**	**11**	**12**
Nombre de chaises (Effectifs) (n_i)	1	**2**	**2**	**3**	**1**
Effectifs cumulés	1	3	5	8	9

2) L'effectif total est : $N=14$

La fréquence f associée au caractère 11 est : $f = \frac{n}{N} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \simeq 0.33$

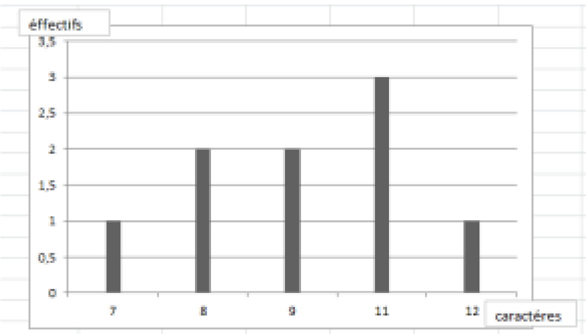
Donc le pourcentage associé au caractère 11 est : $P = f\times100 = \frac{n}{N}\times100 = \frac{1}{3}\times100 \simeq 33,33\%$

2)Tracage du diagramme en batons des effectifs

Dans l'axe des abscisses on met les valeurs des caractéres (modalités(x_i)

et dans l'axe des ordonnés on met les effectifs

et on obtient un diagramme en batons :



3) Le mode d'une série statistique est la valeur du caractére associé au plus grand effectif

le mode de cette série statistique est : est la modalité 11

4)calculons la moyenne arithmétique de cette série statistique :

$$m=\frac{1\times7+2\times8+2\times9+3\times11+1\times12}{9}=\frac{86}{9}\simeq 9,56$$

5)calculons la médiane de cette série statistique : Methode1 :Nous avons l'efféctif total : $N=9$

donc l'efféctif total est impair alors la mediane est la modalité : $x_p \text{ de rang } \frac{N+1}{2}=5$

dans la série : 7-8-8-9-**9**-11-11-11-12

donc c'est la modalité qui correspond au cinquieme rang : $M=\boxed{9}$

Nous remarquons que cette valeur partage notre série statistique en deux classes contenant le même nombre d'individus

Methode2 : le demie de L'effectif total est : $\frac{9}{2}=4,5$

Le plus petit effectif cumulé supérieur ou égale à 4,5 est 5

La Modalité associé est 9 donc la médiane Est 9

Exercice4 : On a fait un sondage dans la rue et on a demandé aux passants le nombre de journaux et magazines qu'ils ont achetés sur les sept derniers jours.

On a obtenu les résultats suivants :

le nombre de journaux ou magazines achetés (x_i)	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Nombre de chaises(Effectifs) (n_i)	5	**11**	**14**	**6**	**12**	**9**	**1**	**3**

1) Déterminer, en justifiant vos calculs, le nombre moyen de journaux ou magazines achetés et le nombre médian

2) Ce même sondage a été effectué dans plusieurs villes et on a obtenu les résultats suivants :

le nombre de journaux ou magazines achetés (x_i)	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Pourcentage en %	8	**15**	**23**	**17**	**12**	**11**	**9**	**5**

On sait qu'au total,96 personnes interrogées ont répondu n'avoir acheté aucun journal ou magazine sur les sept derniers jours.

Combien de personnes ont été interrogées sur l'ensemble des villes.

Solution :1)calculons la moyen de journaux ou magazines achetés :

$$m=\frac{0\times5+1\times11+...+7\times3}{61}=\frac{177}{61}\simeq 2,9$$

2)calculons la médiane de cette série statistique :

Methode1 :Nous avons l'efféctif total : $N=61$

donc l'efféctif total est impair alors la mediane est la modalité :

$x_p \text{ de rang } \frac{N+1}{2}=31$

donc la median est la 31 iéme valeur donc 3

Methode2 : le demie de L'effectif total est : $\frac{61}{2}=30,5$

le nombre de journaux ou magazines achetés (x_i)	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Nombre de chaises(Effectifs) (n_i)	5	**11**	**14**	**6**	**12**	**9**	**1**	**3**
Effectifs cumulés	5	**16**	**30**	**36**	**48**	**57**	**58**	**61**

Le plus petit effectif cumulé supérieur ou égale à 30,5 est 36

La Modalité associé est 3 donc la médiane Est 3

2) la fréquence est : $f=\frac{n}{N}$

Donc si on appelle N le nombre total de personnes interrogées on a : $\frac{8}{100}=\frac{96}{N}$

Par conséquent : $N=\frac{96\times 100}{8}=1200$

Donc : 1200 personnes interrogées l'ors de ce sondage

Exercice5 : tableau suivant donne le nombre d'accidents journaliers dans une ville dans la durée de 50 jours

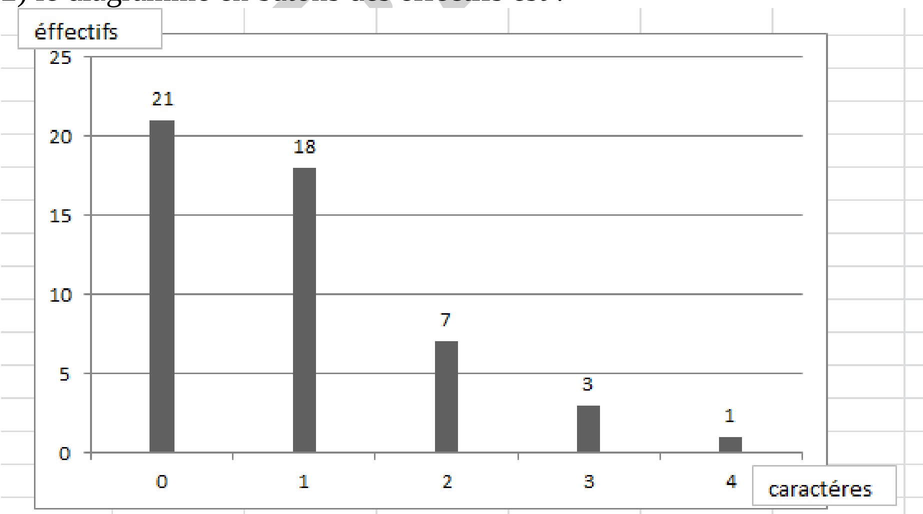
nombre d'accidents (x_i)	0	**1**	**2**	**3**	**4**
Nombre de jours (Effectifs) (n_i)	21	**18**	**7**	**3**	**1**

1)faire le tableau des éffectifs et éffectifs cumulés des fréquences et des pourcentages
2)Tracer le diagramme en batons des effectifs
3)Tracer le diagramme en batons des éffectifs cumulés et le polygone assossié
4) calculer les Paramètres de position de cette série statistique (le mode ; la Moyenne ; la Médiane)
5) calculer les Paramètres de dispersions de cette série statistique
(L'écart-moyen ; la Variance ; L'écart-type)

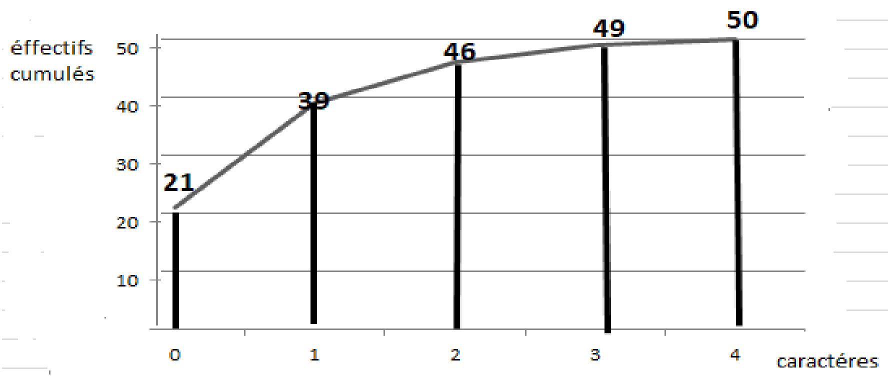
Solution :1) la fréquence est : $f=\frac{n}{N}$ et le pourcentage : $P=f\times 100$

nombre d'accidents (x_i)	0	**1**	**2**	**3**	**4**	
Nombre de jours (Effectifs) (n_i)	21	**18**	**7**	**3**	**1**	$N=50$
Effectifs cumulés	21	39	46	49	50	
les fréquences f_i	0,42	0,36	0,14	0,06	0.02	
les pourcentages	42%	36%	14%	6%	2%	

2) le diagramme en batons des effectifs est :



3) le diagramme en batons des éffectifs cumulés et le polygone assossié



4) calcul des Paramètres de position de cette série statistique

a)Le mode : le mode d'une série statistique est la valeur du caractére associé au plus grand effectif donc le mode de cette série statistique est : 0

b)Calculons la médiane de cette série statistique :Le demie de L'effectif total est : $\frac{50}{2}=25$

Le plus petit effectif cumulé supérieur ou égale à 25 est 39

La Modalité associé est 1 donc la médiane est 1

c)La moyenne d'accidents journaliers dans cette ville dans la durée de 50 jours est égale à :

$$m=\frac{0\times 21+1\times 18+2\times 7+3\times 3+4\times 1}{50}=0,9$$

5) Calculer les Paramètres de dispersions de cette série statistique (L'écart-moyen ; la Variance ; L'écart-type)

a)L'écart-moyen : $e=\frac{n_1\times|x_1-m|+n_2\times|x_2-m|+\ldots+n_P\times|x_P-m|}{N}$

$$e=\frac{0\times|21-0.9|+1\times|18-0.9|+2\times|7-0.9|+3\times|3-0.9|+4\times|1-0.9|}{50}$$ Donc : $e=0,72$

b) Variance : Methode1 : $V=\frac{n_1\times|x_1-m|^2+n_2\times|x_2-m|^2+\ldots+n_p\times|x_p-m|^2}{N}$

$$V=\frac{0\times|21-0.9|^2+1\times|18-0.9|^2+2\times|7-0.9|^2+3\times|3-0.9|^2+4\times|1-0.9|^2}{50}$$

Après les calculs on trouve : $V=8,25$

Methode2 : $V=\frac{0\times 21^2+1\times 18^2+2\times 7^2+3\times 3^2+4\times 1^2}{50}-(0.9)^2$

Après les calculs on trouve : $V=8,25$

c)Écart-type: $\sigma=\sqrt{V}=\sqrt{8,25}\simeq 2,872$

Exercice6 : Après avoir compté les absences des élèves d'une classe de 40 élèves on a regroupé les résultats dans le tableau ci-dessous :

Nombre d'heures d'absences (x_i)	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
(Effectifs) (n_i)	4	**2**	**1**	**5**	**5**	**5**	**8**	**1**	**3**	**3**	**3**
Effectifs cumulés											

1) Compléter le tableau

2) Déterminer le nombre et le pourcentage des élèves ayant une absence supérieure ou égale à 6 heurs
3) Calculer les Paramètres de position de cette série statistique (le mode ; la Moyenne ; la Médiane)
4) Calculer les Paramètres de dispersions de cette série statistique (L'écart-moyen ; la Variance ; L'écart-type)

Solution :1)

Nombre d'heures d'absences (x_i)	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
(Effectifs) (n_i)	4	**2**	**1**	**5**	**5**	**5**	**8**	**1**	**3**	**3**	**3**
Effectifs cumulés	4	**6**	**7**	**12**	**17**	**22**	**30**	**31**	**34**	**37**	**40**

2) Le nombre des élèves ayant une absence supérieure ou égale à 6 heures est : 18 et le pourcentage est :
$p = f \times 100 = \frac{18}{40}100 = 45\%$

3) Calcul des Paramètres de position :
a) Le mode est : 6
b) la <u>médiane:</u> **le demie** d'effectif total est : $\frac{40}{2} = 20$
Le plus petit effectif cumulé supérieur à 20 est 22
Le Nombre d'heures associé est 5 donc la médiane Est 5
La <u>moyenne</u> est égale à : $m = \frac{0\times4+1\times2+2\times1+3\times5+5\times4+5\times5+6\times8+7\times1+8\times3+9\times3+10\times3}{40}$

$$m = \frac{0+2+2+15+20+25+48+7+24+27+30}{40} = \frac{200}{40} = 5$$

Calcul des Paramètres de dispersions :
L'écart-moyen : $e = \frac{4\times|0-5|+2|1-5|+1\times|2-5|+5\times|3-5|+5|4-5|+5\times|5-5|+8|6-5|+1\times|7-5|+3|8-5|+3\times|9-5|+3\times|10-5|}{40}$

$$e = \frac{4\times|-5|+2|-4|+1\times|-3|+5\times|-2|+5|-1|+5\times|0|+8|1|+1\times|2|+3|3|+3\times|4|+3\times|5|}{40}$$

$$e = \frac{4\times5+2\times4+1\times3+5\times2+5\times1+5\times0+8\times1+1\times2+3\times3+3\times4+3\times5}{40}$$

$$e = \frac{20+8+3+10+5+0+8+2+9+12+15}{40} = \frac{92}{40} = 2,3$$

La Variance : V

$$V = \frac{4\times|0-5|^2+2|1-5|^2+1\times|2-5|^2+5\times|3-5|^2+5|4-5|^2+5\times|5-5|^2+8|6-5|^2+1\times|7-5|^2+3|8-5|^2+3\times|9-5|^2+3\times|10-5|^2}{40}$$

$$V = \frac{4\times|-5|^2+2|-4|^2+1\times|-3|^2+5\times|-2|^2+5|-1|^2+5\times|0|^2+8|1|^2+1\times|2|^2+3|3|^2+3\times|4|^2+3\times|5|^2}{40}$$

$$V = \frac{4\times25+2\times16+1\times9+5\times4+5\times1+5\times0+8\times1+1\times4+3\times9+3\times16+3\times25}{40}$$

$$V = \frac{100+32+9+20+5+0+8+4+27+48+75}{40}$$

$$V = \frac{328}{40} = 8,2$$

L'écart-type : $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{8,2}$

Exercice7: Le tableau ci-dessous représente les longueurs obtenues par des athlètes lors d'un concours de lancer de javelot.

Longueur (en m)	37	39	40	41	42	43	44	48
Effectif	4	3	4	3	2	3	5	2

Déterminer la médiane de cette série.

Solution : L'effectif (26=2*13) est pair. La médiane s'obtient donc par la demi--somme de la $13^{ème}$ et de la $14^{ème}$ valeur.
On lit grâce aux effectifs cumulés que la $13^{ème}$ ainsi que la $14^{ème}$ valeur valent 41.
En effet, le tableau nous montre que 40 s'arrête à la $11^{ème}$ valeur. La $12^{ème}$ est donc 41 ainsi que la $13^{ème}$ et la $14^{ème}$. La médiane est donc **41**.

Exercice8 : Voici la liste des notes des élèves d'une classe du tronc commun science lors d'un devoir de mathématiques :14-15-06-08-10-07-14-19-06-08-09-02-10-12-08-06-15-08-12-10

1) Remplir le tableau suivant :

Classe (la note)	$[0;5[$	$[5;10[$	$[10;15[$	$[15;20[$
Effectifs	1	9	7	3
Effectif cumulé	1	10	17	20

2) Déterminer la classe modale de cette série
3) Calculer la moyenne des notes obtenues en donnant le résultat sous sa forme décimale exacte.
4) Calculer les Paramètres de dispersions de cette série statistique
(L'écart-moyen ; la Variance ; L'écart-type)
5) Représenter l'histogramme des effectifs de cette série statistique.

Solution :1)

Classe (la note)	$[0;5[$ 2.5	$[5;10[$ 7.5	$[10;15[$ 12.5	$[15;20[$ 17.5
Effectifs	1	9	7	3
Effectif cumulé	1	10	17	20

2) la classe modale de cette série est $[0;5[$:
3) calcul de la moyenne des notes (On utilise les centres de chaque classe):

$$m = \frac{1\times 2.5 + 9\times 7.5 + 7\times 12.5 + 3\times 17.5}{20} = \frac{210}{20} = 10,5$$

4) Calcul des Paramètres de dispersions :

L'écart-moyen : $e = \dfrac{1\times|2,5-10,5| + 9\times|7,5-10,5| + 7\times|12,5-10,5| + 3\times|17,5-10,5|}{20}$

$$e = \frac{1\times 8 + 9\times 3 + 7\times 2 + 3\times 7}{20} = \frac{70}{20} = 3,5$$

La Variance : $V = \dfrac{1\times|2,5-10,5|^2 + 9\times|7,5-10,5|^2 + 7\times|12,5-10,5|^2 + 3\times|17,5-10,5|^2}{20}$

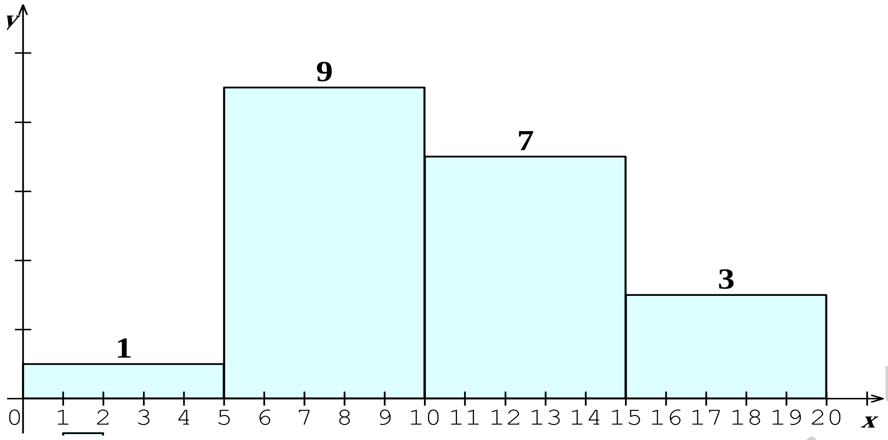
$$V = \frac{1\times|-8|^2 + 9|-3|^2 + 7\times|2|^2 + 3\times|7|^2}{10}$$

$$V = \frac{64+81+28+147}{20} = \frac{320}{20} = 16$$

L'écart-type : $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{16} = 4$

5) l'histogramme des effectifs de cette série statistique :

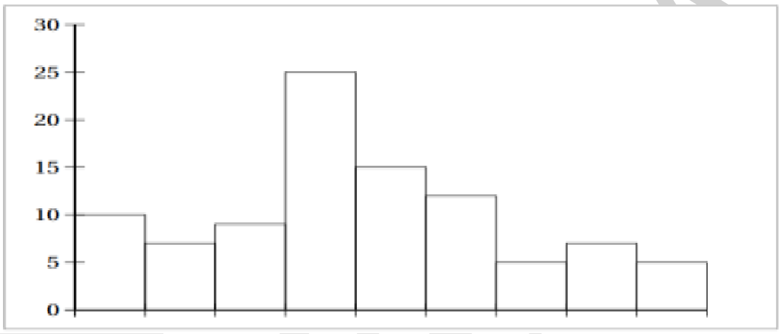
Rappel : Un histogramme est un graphique composé de rectangles dont l'aire est proportionnelle à l'effectif de la Classe



Exercice9 : Construire l'histogramme correspondant à cette série (largeur constante) :

Taille en cm	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[
effectif	10	7	29	25	15	12	5	6	5

Solution :



Exercice10 : On considère la série statistique suivante

$[16;20[$	$[12;16[$	$[8;12[$	$[4;8[$	$[0;4[$	Classe
1	**2**	**4**	**2**	**1**	Effectif

2) Déterminer la classe modale de cette série

3) Calculer la moyenne

4) Calculer les Paramètres de dispersions de cette série statistique
(L'écart-moyen ; la Variance ; L'écart-type)

5) Représenter l'histogramme des effectifs de cette série statistique.

Solution :1) une classe modale est une classe pour laquelle l'effectif associé est le plus grand.

la classe modale de cette série est : $[8;12[$

3) calcul de la moyenne : (On utilise les centres de chaque classe)

$$m = \frac{1\times 2+2\times 6+4\times 10+2\times 14+1\times 18}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

4) Calcul des Paramètres de dispersions :

L'écart-moyen : $e=\frac{1\times|2-10|+2\times|6-10|+4\times|10-10|+2\times|14-10|+1\times|18-10|}{10}$

$e=\frac{1\times|-8|+2\times|-4|+4\times|0|+2\times|4|+1\times|8|}{10}=\frac{1\times 8+2\times 4+4\times 0+2\times 4+1\times 8}{10}$

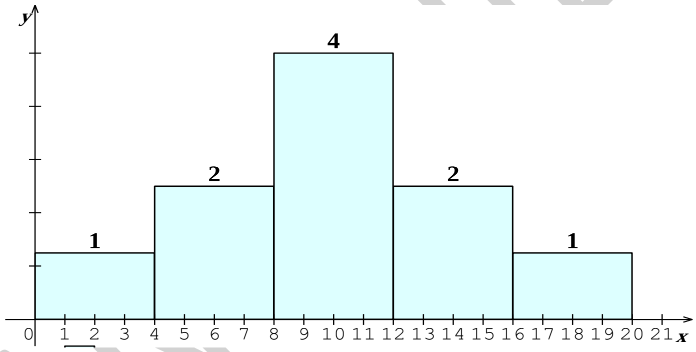
$e=\frac{8+8+0+8+8}{10}=\frac{32}{10}=3,2$

la Variance : $V=\frac{1\times|2-10|^2+2\times|6-10|^2+4\times|10-10|^2+2\times|14-10|^2+1\times|18-10|^2}{10}$

$V=\frac{1\times|-8|^2+2\times|-4|^2+4\times|0|^2+2\times|4|^2+1\times|8|^2}{10}=\frac{1\times 64+2\times 16+4\times 0+2\times 16+1\times 64}{10}$ Donc : $V=\frac{192}{10}=19.2$

L'écart-type : $\sigma=\sqrt{V}=\sqrt{19,2}$

5) l'histogramme des effectifs de cette série statistique :



Exercice11 : Le tableau ci-dessous représente les notes des élèves d'une classe du tronc commun science lors d'un devoir de mathématiques :

Classe (la note)	$[0;4[$	$[4;8[$	$[8;12[$	$[12;16[$	$[16;20[$
Effectifs	x	5	14	y	3

1) Quel est le nombre d'élèves de cette classe sachant que : la fréquence de la classe $[4;8[$ est $\frac{1}{6}$

2) Déterminer les nombres x et y sachant que la moyenne des notes obtenues est 10

Solution :1) soit N le nombre d'élèves.

Puisque la fréquence de la classe $[4;8[$ est $\frac{1}{6}$ donc : $\frac{5}{N}=\frac{1}{6}$ et par suite : $N=30$

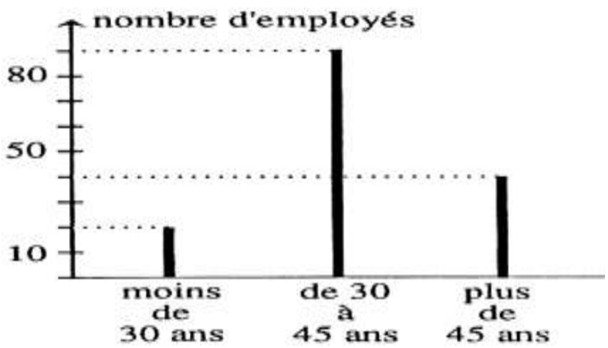
2) On a : $N=x+5+14+y+3=30$ donc : $x+y=8$

Et On a : $m=\frac{2\times x+30+140+14y+54}{30}=10$ donc : $2x+14y=76$ c'est-à-dire : $x+7y=38$

On va résoudre le système suivant : $\begin{cases} x+y=8 \\ x+7y=38 \end{cases}$

On a : $y=8-x$ donc : $6y=30$ c'est-à-dire : $y=5$ par suite : $x=3$

Exercice12 : soit le Diagramme en bâtons suivant **:**



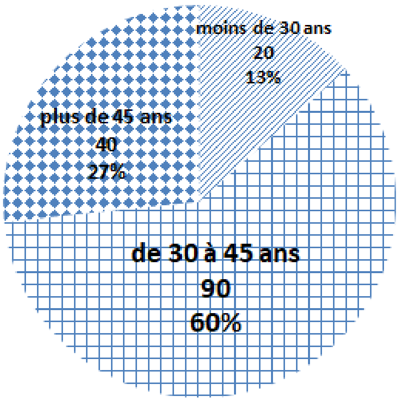
1) Quel est le nombre d'employés de moins de 30 ans ?
2) Quel est le nombre d'employés de plus de 30 ans ?
3) Quel est le nombre d'employés de 30 à 45 ans ?
4) Quel est le nombre d'employés de moins de 45 ans ?
5) Quel est le nombre total d'employés ?
6) Représenter les effectifs dans un diagramme circulaire

Solution :1) le nombre d'employés de moins de 30 ans est : 20

2) le nombre d'employés de plus de 30 ans est :130=90+40
3) le nombre d'employés de 30 à 45 ans est 90
4) le nombre d'employés de moins de 45 ans est : 20+90=110
5) le nombre total d'employés est : 20+90+40=150
6) pour trouver les angles(en degré) correspondant aux effectifs nous calculons d'abord le coefficient de proportionnalité $k=\frac{360^\circ}{N}=\frac{360^\circ}{120}=2,4$

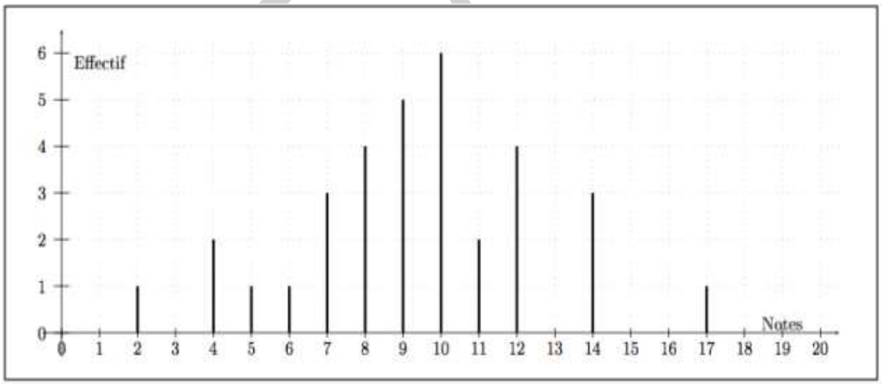
Par suite pour trouver les angles des effectifs en question nous multipliions chaque effectif par $k=2,4$

Ages d'employés	moins de 30 ans	de 30 à 45 ans	plus de 45 ans	total
Effectifs ((n_i))	20	90	40	N=150
Angle en degré	$20\times2.4=48^\circ$	$90\times2.4=216^\circ$	$40\times2.4=96^\circ$	$150\times2.4=360^\circ$



Un diagramme circulaire que l'on rencontre fréquemment dans les livres et les revues permet d'avoir une vision rapide et parlante d'une répartition quelconque. Ce nom vient du fait que le graphique est un cercle subdivisé en secteurs plus ou moins larges, comme un gâteau circulaire que l'on découperait en parts. L'ensemble du cercle représente 100 % d'une répartition et chaque secteur, une part, en %, de telle ou telle composantes. Un diagramme circulaire (ou camembert) se fait à la main avec un compas, un rapporteur et des crayons. Sinon de nombreux logiciels tracent automatiquement ce genre de graphiques à partir d'un tableur correctement renseigné. Sur Internet, des sites proposent le même service.

Exercice13 : Voici le diagramme en bâtons représentant une série de notes obtenues par une classe à un contrôle.



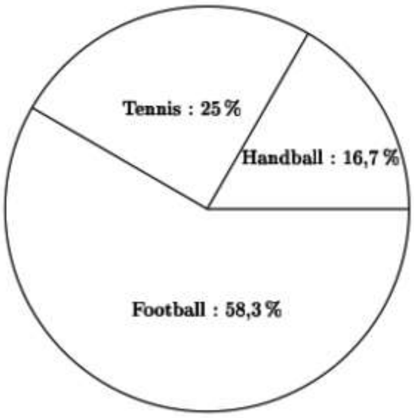
Recopiez et complétez le tableau suivant :

Notes	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	17	Total
Effectif													
pourcentage %)													

Solution :

Notes	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	17	Total
Effectif	1	2	1	1	3	4	5	6	2	4	3	1	33
pourcentage(%)	3%	6%	3%	3%	9%	12%	15%	18%	6%	12%	0%	3%	100%

Exercice14 : Voici un diagramme circulaire représentant la répartition des adhérents à un club sportif.
Sachant que le club compte 240 adhérents, combien d'adhérents jouent
- Au football ?
- Au tennis ?
- Au handball ?



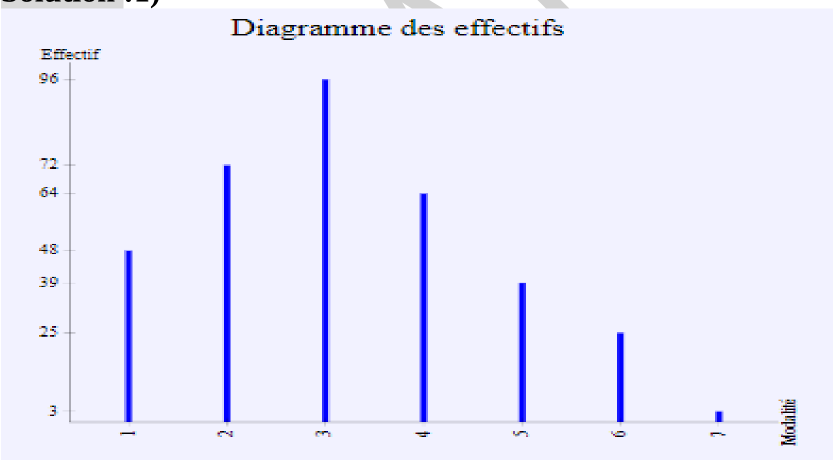
Solution : On multiplie l'effectif total (240) par la fréquence de chaque caractère indiquée dans le camembert pour obtenir l'effectif du caractère. Ainsi :
- Football : 240 * 0,583 = 140
- Tennis : 240 * 0,25 = 60
- Handball : 240 * 0,167 = 40

Exercice15 : Dans une petite localité, on a relevé de nombre de pièces par appartement :

Nombre de pièces	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'appartements	48	72	96	64	39	25	3

1) Représenter le diagramme en bâtons des effectifs,
2) Donner le tableau des effectifs cumulés
3) Déterminer le mode de cette série
4) Calculer la moyenne de cette série
5) Calculer la Variance et L'écart-type

Solution :1)



2) Le tableau des effectifs cumulés :

Nombre de pièces	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'appartements (Effectifs)	48	72	96	64	39	25	3
Effectifs cumulés	48	120	216	280	319	344	347

3) déterminer le mode de cette série est : 3

4) la moyenne de cette série est :

$$m = \frac{48\times1+72\times2+96\times3+64\times4+39\times5+25\times6+3\times7}{347}$$

Après les calculs on trouve : $m \simeq 3.17$..

5) Variance :

$$V = \frac{1\times|48-3.17|^2+2\times|72-3.17|^2+3\times|96-3.17|^2+4\times|64-3.17|^2+5\times|39-3.17|^2+6\times|25-3.17|^2+6\times|25-3.17|^2+7\times|3-3.17|^2}{347}$$

Après les calculs on trouve : $V \simeq 2.15$..

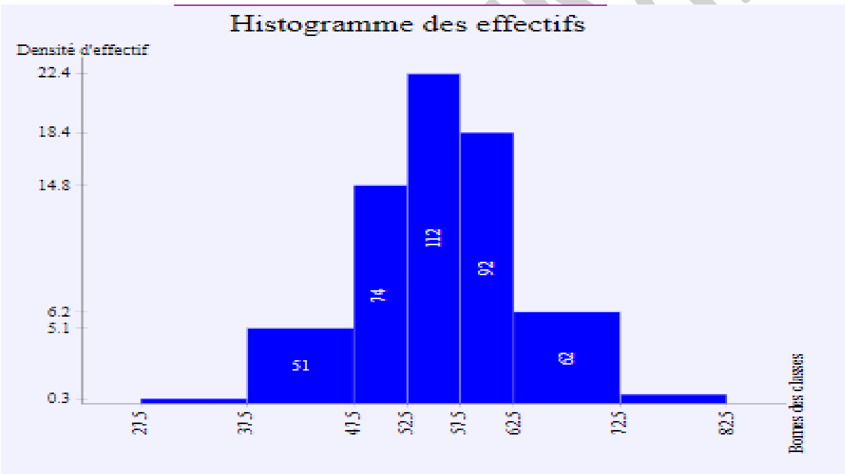
Écart-type: $\sigma = \sqrt{V} \simeq \sqrt{2.15} \simeq 1.46$

Exercice16 : Dans une ferme, à une date déterminée, on a pesé les œufs qui ont été produits (les masses des œufs sont exprimées en grammes) :

Masse de l'œuf	$[27,5;37,5[$	$[37,5;47,5[$	$[47,5;52,5[$	$[52,5;57,5[$	$[57,5;62,5[$	$[62,5;72,5[$	$[72,5;82,5[$
(Effectifs)	3	**51**	**74**	**112**	**92**	**62**	**6**

1) Construire l'histogramme des effectifs, correspondant à cette série
2) Déterminer la classe modale de cette série
3) Calculer la moyenne de cette série
4) Calculer la Variance et L'écart-type

Solution :



2) la classe modale de cette série est $[52,5;57,5[$:

3) calcul de la moyenne de cette série : (On utilise les centres de chaque classe)

$m = 55,73$

4) Après les calculs on trouve : $V \simeq 65,36$

Écart-type: $\sigma = \sqrt{V} \simeq \sqrt{65,36} \simeq 8,08$

Exercice17 : On a demandé aux élèves d'une classe de seconde combien de livres ils avaient lus pendant l'année. On a synthétisé les résultats dans le tableau suivant :

Nombre de livres lus	1	2	3	4	5	6
Nombre élèves	2	7	12	6	2	3

1) Déterminer la médiane de cette série.

2) Combien de livres un élève de cette classe lit-il en moyenne?

Solution :1) le Nombre total d'élèves $N=32$

Nombre de livres lus	1	2	3	4	5	6
Nombre d'élèves	2	7	12	6	2	3
Effectifs cumulés	2	9	21	27	29	32

La médiane : **le demie** effectif total est : $\frac{32}{2}=16$

Le plus petit effectif cumulé supérieur ou égale à 16 est 21

Le Nombre de livres lus associé est 3 donc la médiane Est 3

2) la moyenne est : $m=\frac{1\times2+2\times7+3\times12+4\times6+5\times2+6\times33}{32}=\frac{104}{32}=3,25$

Un élève de cette classe lit donc en moyenne $3,25$ livres par an

Exercice18 : Un professeur a corrigé les devoirs en trois lots :

1er lot : 12 copies, moyenne 11,2

2ème lot : 9 copies, moyenne 10,3

3ème lot : 14 copies, moyenne 10,7

Quelle est la moyenne de l'ensemble de la classe ? (arrondir au centième)

Solution la moyenne de l'ensemble de la classe est : $m=\frac{12\times11,2+9\times10,3+14\times10,7}{12+9+14}=\frac{104}{35}\simeq10,7$

Exercice19 : Le tableau ci-dessous donne les salaires mensuels**(**en dh**)** des employés d'une entreprise.

Salaire	[800 ; 900[	[900 ;	[1000 ;	[1050 ;	[1150 ; 1300[
Effectif	42	49	74	19	16

1) Représenter cette série par un diagramme circulaire.

2) Calculer le salaire moyen dans cette entreprise. Que penser d'un tel résultat ?

3) dans cette entreprise, combien d'employés gagnent au plus 1050 euros ?

4) Dresser le polygone des effectifs cumulés croissants et lire une valeur approchée de la médiane (le salaire correspondant à un effectif cumulé de 100 salariés cad : la moitié de l'effectif).

5) Soit Q_1 le salaire qui corresponde à un effectif cumulé de : $\frac{1}{4}\times200=50$ et Q_3 le salaire qui corresponde à un effectif cumulé de : $\frac{3}{4}\times200=150$

Calculer de manière précise la médiane et Q_1 et Q3

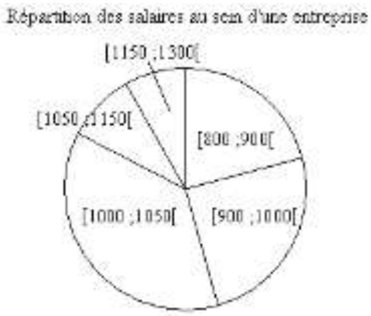
6) Calculer l'écart type de cette série statistique.

Solution 1) Effectif total est : N=200

1) Pour trouver les angles(en degré) correspondant aux effectifs nous calculons d'abord le coefficient de proportionnalité $k=\frac{360^\circ}{N}=\frac{360^\circ}{200}=1,8$

Par suite pour trouver les angles des effectifs en question nous multipliions chaque effectif par $k=1,8$

Salaire (en dh)	[800 ; 900[	[900 ; 1000[	[1000 ; 1050[	[1050 ; 1150[	[1150 ; 1300[
Effectif	42	49	74	19	16
Angle en degré	$42\times1.8=75.6^\circ$	$49\times1.8=88.2^\circ$	$74\times1.8=133.2^\circ$	$19\times1.8=34.2^\circ$	$16\times1.8=28.8^\circ$



2) Salaire moyen : (On utilise les centres de chaque classe)

On doit d'abord calculer le centre des classes :$[a_i ; a_{i+1}[$:Le centre de la classe $[a_i ; a_{i+1}[$ est : $c_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$

Le centre de la classe $[800;900[$ est : $c_1 = \frac{800+900}{2} = 850$

Le centre de la classe $[900;1000[$ est : $c_2 = \frac{900+1000}{2} = 950$

Le centre de la classe $[1000;1050[$ est : $c_3 = \frac{1000+1050}{2} = 1025$

Le centre de la classe $[1050;1150[$ est : $c_4 = \frac{1050+1150}{2} = 1100$

Le centre de la classe $[1150;1300[$ est : $c_5 = \frac{1150+1300}{2} = 1225$

Calculons donc la moyenne arithmétique :

$$m = \frac{n_1 \times c_1 + n_2 \times c_2 + n_3 \times c_3 + n_4 \times c_4 + n_5 \times c_5}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5} = \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i \times c_i}{\sum_{i=1}^{5} n_i} = \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i \times c_i}{N}$$

$$m = \frac{42\times850 + 49\times950 + 74\times1025 + 19\times1100 + 16\times1225}{200} = \frac{198600}{200} = 993$$

Le salaire moyen dans cette entreprise est donc de 993 €. Il n'est pas forcément très représentatif de cette entreprise, car plus de la moitié des employés y gagnent plus de 1000 dh !

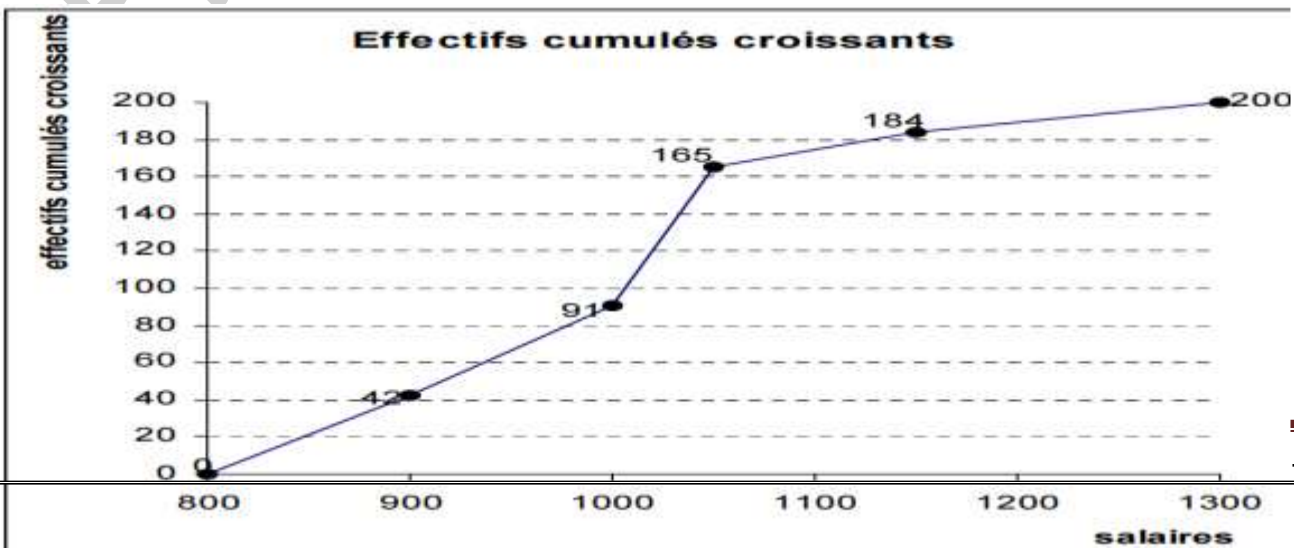
3) Pour répondre à cette question, il faut dresser le tableau des effectifs cumulés croissants :

Salaire	[800 ;900[	[900 ;1000[	[1000 ;1050[	[1050 ;1150[	[1150 ;1300[
Effectifs cumulés		42+49	91+74	165+19	184+16

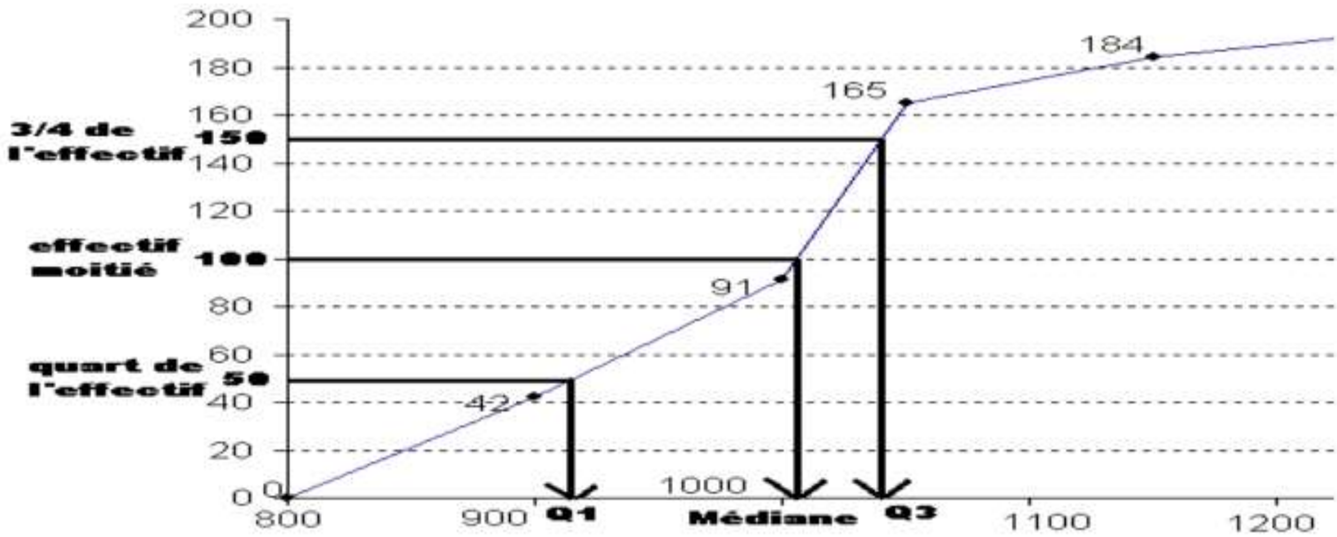
Ainsi, 165 employés gagnent au plus 1050 dh, au sein de cette entreprise

4) Dressage du polygone des effectifs cumulés croissants et lire une valeur approchée de la médiane :

A partir du tableau précédant on dresse le polygone des effectifs cumulés croissants



Calcul graphique de la médiane :
C'est le salaire correspondant à un effectif cumulé de 100 salariés (moitié de l'effectif).
On se place ainsi dans l'axe des ordonnées à l'effectif cumulé 100, et on lit l'antécédent de 100.
Donc : On lit graphiquement



la Médiane ≈ 1010

5) Calcul précis de la moyenne et des quartiles Q_1 et Q_3
Pour calculer la médiane, on va réaliser une interpolation linéaire entre les points A(1000 ;91) et B(1050 ;165)
L'équation de la droite (AB) est de la forme : $y = mx + p$ avec :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{165-91}{1050-1000} = 1.48$$ Donc : $y = 1.48x + p$

Pour trouver la valeur de p , on utilise les coordonnées de A (ouB !) : $y = 1.48x_A + p$

Donc : $p = y_A - 1.48x_A = 91 - 1.48\times 1000 = -1389$

L'équation de (AB) est donc $y = 1.48x - 1389$. On trouve la médiane en calculant l'antécédent de la moitié de l'effectif (c'est à dire 200/2=100)

Par la fonction affine $x \xrightarrow{f} 1.48x + p$

C'est-à-dire : en résolvant l'équation : $100 = 1.48x - 1389$

$100 = 1.48x - 1389$ Équivaut à : $x = \frac{1489}{1.48} \simeq 1006.$ Ainsi Me ≈1006

Puisque le quartile Q_3 semble lui aussi appartenir à l'intervalle $[1000;1050[$, on utilise la même droite, et on résout l'équation : $150 = 1.48x - 1389$

$150 = 1.48x - 1389$ Équivaut à : $x = \frac{1539}{1.48} \simeq 1039.86$ Ainsi $Q_3 \approx 1040$

De la même manière, pour déterminer le quartiles Q_1
On doit déterminer l'équation de la droite reliant les points (900 ;42) et (1000 ;91). Cette droite a pour équation : $y = 1.49x - 399$, et la résolution de l'équation

$1.49x - 399 = 50$ Équivaut à : $x = \frac{449}{0.49} \simeq 916.33$ fournit $Q_1 \approx 916$

6) Calcul de l'écart type de cette série statistique.
Commençons par calculer la Variance qui est la moyenne des carrés des écarts à la valeur

c'est-à-dire : $V = \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i \left|x_i - m\right|^2}{\sum_{i=1}^{5} n_i} = \frac{42 \times \left|850-993\right|^2 + 49 \times \left|950-993\right|^2 + ... + 16 \times \left|1225-993\right|^2}{200}$

Après les calculs on trouve : $V = \frac{2103950}{200} = 10519.75$

Écart-type: $\sigma = \sqrt{V} \simeq \sqrt{10519.75} \simeq 102.6$