Exercice01 : 1) Déterminer et dénombrer les diviseurs naturels de 156
12)Déterminer dans $\mathbb{Z}$ tous les diviseurs de -8

Exercice02 :
1) $a\in\mathbb{Z}$ et $b\in\mathbb{Z}$ et $c\in\mathbb{Z}$ et $x\in\mathbb{Z}$ et $y\in\mathbb{Z}$

a) montrer que si $a/2b+c$ et $a/b+c$ alors a/c

b) montrer que si $a/2b+3c$ et $a/b+c$ alors a/c

c) montrer que si $a/x-y$ et $a/b-c$ alors $a/xb-cy$

2) $a\in\mathbb{Z}$ et $n\in\mathbb{N}$ et $a/12n+1$ et $a/-2n+3$

Montrer que $a/19$

3) $d\in\mathbb{Z}$ et $a\in\mathbb{Z}$ et d/n^2+3 et $d/2n-1$

Montrer que $d/13$

Exercice03 : $a\in\mathbb{Z}$ et $x\in\mathbb{Z}$

Montrer que : $\begin{cases} a/5x-7 \\ a/2x+3 \end{cases} \Rightarrow a/29$

Exercice04 : Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$:
3 divise 4^n-1

Exercice05 : Quelles sont les valeurs de l'entier relatif n pour lesquelles : $n+2/3n+1$

Exercice 06 : Quelles sont les valeurs de l'entier relatif n pour lesquelles la fraction $\frac{3n+8}{n+4}$
Représente un entier relatif ?

Exercice07 : Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ les équations suivantes :a) $x^2-y^2=32$ avec $x\succ y$
b) $2xy+2x+y=99$

Exercice08 : Déterminer les restes dans la division par 9 des nombres suivants : 23451^{100} ; 100^{23451} ; $23451^{100}+100^{23451}$

Exercice09 : 1) Montrer que : $5^8\equiv -1[17]$
2)Déterminer les restes dans la division par 17 des nombres suivants : 5^{16} ; 5^{500} .

Exercice10 : $a\in\mathbb{N}$ et $b\in\mathbb{N}$ Si 17 est le reste de la division euclidienne de a par 19
Et Si 15 est le reste de la division euclidienne de b par 19 Déterminer le reste de la division euclidienne des nombres suivants par 19 :
1) $a+b$ 2) a^2+b^2 3) $2a-5b$

Exercice11 : Déterminer le reste de la division du nombres 3^{2007} par 2 et par 13

Exercice12 : Déterminer le reste de la division du nombres 73^{2019} par 7

Exercice13 : Déterminer le reste de la division du nombres $19^{52}\times 23^{41}$ par 7

Exercice14 : Déterminer le reste de la division par 5 du nombres $22^{33}+33^{22}$

Exercice15: Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}$ 3 divise 4^n-1

Exercice16 : 1) Déterminer et discuter suivants les valeurs de l'entier naturel n le reste de la division par 7 du nombres 3^n
2)en déduire le reste de la division par 7 du nombres 2019^{2019}

Exercice17: Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$: 1) $\bar{2}x=\bar{3}$ 2) $x^2+\bar{3}x=\bar{0}$
3) $\overline{2013}x^3+\bar{2}x=\bar{k}$

Exercice18 : Résoudre dans $\left(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}\right)^2$ l'équations suivants : $x+\bar{3}y=\bar{1}$

Exercice19 : Résoudre dans $\left(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}\right)^2$ les système suivants : $\begin{cases} \bar{3}x+\bar{2}y=\bar{1} \\ \bar{2}x+\bar{4}y=\bar{3} \end{cases}$

Exercice20 : 1)Déterminer et discuter suivants les valeurs de l'entier naturel n le reste de la division par 10 du nombres 3^n
2)en déduire le chiffre des unités du nombres 2019^{2020}
3)Déterminer les valeurs de l'entier naturel n tél que : $3^n+5n+2\equiv 0[10]$

Exercice21 : Déterminer le chiffre des unités du nombres 24537^{2018}

Exercice22 : Déterminer tous les entiers naturels n tel que : $2^n\equiv n^2[9]$

Exercice23 : Résoudre dans $\mathbb{N}$ l' équations suivante : $3^n+5n+1\equiv 0[8]$

Exercice24 : Quel est le reste de la division du nombre $22^{33}\times 33^{22}$ par 5?

Exercice25 : Quel est le reste de la division du nombre 3^{2019} par 2 et par 13?

Exercice26 : 1)montrer que $\forall n\in\mathbb{N}^*$
$2^{2n}+6n-1$ Est divisible par9

2) En déduire que : $4^n \equiv 3n+1[9]$

Exercice27 : Quel est le reste de la division du nombre $1653^{351}+43^{137}$ par 11?

Exercice28: $n\in\mathbb{N}$ on pose $U_n=4^n-3n-1$

1)montrer que $\forall n\in\mathbb{N}\quad U_{n+1}=4U_n+9n$

2) En déduire que $\forall n\in\mathbb{N}$ 9 divise 4^n-3n-1

Exercice29 :montrer que

$7/1^{2019}+2^{2019}+3^{2019}+4^{2019}+5^{2019}+6^{2019}$

Exercice30 : $n\in\mathbb{N}$ on pose $\alpha_n=n^4-n^2+16$

1)montrer que $\forall n\in\mathbb{N}$ n^2+3n+4 et n^2-3n+4 Sont des nombres pairs

2) En déduire que $\alpha_n=n^4-n^2+16$ n'est pas Premier

Exercice31 : montrer que $\forall a\in\mathbb{Z}\quad a\wedge(a+1)=1$

Exercice32 : $n\in\mathbb{N}$ On considère les deux nombres : $A=n^2+3$ et $B=n+2$

1) montrer que $A\wedge B=(n+2)\wedge 7$

2) déterminer l'entier naturel n tel que : $\frac{n^2+3}{n+2}\in\mathbb{N}$

Exercice33: $a=(25^n-1)(36^n-1)$ et $b=(5^n-1)(6^n-1)$

Calculer les $a\vee b\quad(n\in\mathbb{N})$

Exercice34 : Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ les équations suivantes :a) $x^2-y^2=32$ avec $x\succ y$

b) $2xy+2x+y=99$

Exercice35 : Quelles sont les valeurs de l'entier relatif n pour lesquelles : $n+2/3n+1$

Exercice 36 : Quelles sont les valeurs de l'entier relatif n pour lesquelles la fraction $\frac{3n+8}{n+4}$ Représente un entier relatif ?

Exercice37 :déterminer : $d=(-8316)\wedge 1080$ et $m=8316\vee 1080$

Exercice38 :si $2=a\wedge b$ et $-12=a\times b$ déterminer : $a\vee b$

Exercice 39: n et a et b des entiers naturels Démontrer que si q est le quotient de la division euclidienne de n par a et q' est le quotient de q par b Alors q' est aussi le quotient de n par ab

Exercice 40: Déterminer le reste de la division euclidienne de $19^{52}\times 23^{41}$ par 7

Exercice41 : 1)montrer que $\forall n\in\mathbb{N}$ $(n+1)^{2019}-1\equiv 0[n]$

2) montrer que: $\forall n\in\mathbb{N}\quad 4^{2n+2}\equiv 1[15]$

Exercice42: $n\in\mathbb{N}$ on pose $U_n=4^n-3n-1$

1)montrer que $\forall n\in\mathbb{N}\quad U_{n+1}=4U_n+9n$

2) En déduire que $\forall n\in\mathbb{N}$ 9 divise 4^n-3n-1

Exercice43 : Résoudre dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ l'équation: $x^2-x-\overline{2}=\overline{0}$

Exercice 44: $a\in\mathbb{Z}$ et $b\in\mathbb{Z}$ et $c\in\mathbb{Z}$ et $d\in\mathbb{Z}$ tels que : $a=bc+d$

1) montrer que $a\wedge b=b\wedge d$

2) En déduire que : $a\wedge b=b\wedge(a-bc)$

Exercice45 : $a\in\mathbb{N}$ On considère les deux nombres : $A=35a+57$ et $B=45a+76$ montrer que $A\wedge B=1$ ou $A\wedge B=19$

Exercice46 : $x\in\mathbb{N}^*$ et $y\in\mathbb{N}^*$ On considère les deux nombres : $a=9x+4y$ et $b=2x+y$

1)montrer que $x\wedge y=a\wedge b$

2) $n\in\mathbb{N}$ on pose : $a=n^2+5n+13$ et $b=n+3$

a)montrer que $a\wedge b=b\wedge 7$

b)en déduire les valeurs possibles $a\wedge b=d$

c)montrer que : $n\equiv 4[7]\Leftrightarrow a\wedge b=7$

d)en déduire les valeurs de $n\in\mathbb{N}$ tel que : $a\wedge b=1$

Exercice 47: $n\in\mathbb{Z}$ on pose : $d_n=(2n+8)\wedge(3n+15)$

1) montrer que $d_n/6$

2)déterminer les les entiers relatifs n tel que $d_n=6$

Exercice 48: $a\in\mathbb{N}^*$ et $b\in\mathbb{N}^*$ et $a\geq 3$ et a est impair et on pose : $d=(2^a-1)\wedge(2^b+1)$

1) a)montrer que $2^{ab}\equiv 1[d]$

b)montrer que $2^{ab}\equiv -1[d]$

2) En déduire que : $d\in\{1;2\}$

3)montrer que $d=1$

Exercice49 : montrer que : $2^{4^{n+1}}+5\equiv 0[21]\ \forall n\in\mathbb{N}$

Exercice 50 : déterminer le nombre entier naturel n Tel que le quotient de la division euclidienne de n par 25 est p et le reste est p^2 $(p\in\mathbb{N})$

Exercice51: $b\in\mathbb{N}^*$ et $a\in\mathbb{Z}$ si q est le quotient de la division euclidienne de $a-1$ par b déterminer le quotient de la division euclidienne de ab^9-1 par b^{10}

Exercice52 : 1)montrer que $\forall n\in\mathbb{N}^*$ $(n+2)^{n+2}-2^{n+2}(n+1)\equiv 0[n^2]$

2) montrer que: $7^{7^{7^{7^{7^{7^{7}}}}}}\equiv 3[10]$

Exercice53 :

1)a)en déduire que : $2^{4k+r}\equiv 2^r[5]\ \forall(k;r)\in\mathbb{N}^2$

b)Déterminer et discuter suivants les valeurs de l'entier naturel n le reste de la division par 5 du nombres 2^n

2)montrer que $5 \diagup 17^{4p+2}+32^{4p+3}+3 \quad \forall p \in \mathbb{N}^*$

3)montrer que $5 \diagup 1^{2006}+2^{2006}+3^{2006}+4^{2006}$

Exercice54 : déterminer le chiffre des unités des nombres suivants : 1) $2019^{2020^{2021}}$ 2) $1987^{1991^{1983}}$

Exercice55 : soit $N=\overline{dcba}$ un entier naturel montrer que : $N \equiv a-b+c-d[11]$

Exercice56 :
1)En utilisant l'algorithme d'Euclide calculer : $67 \wedge 39$
2) en déduire deux nombres relatifs u et v tel que : $39u+67v=1$

Exercices pour le 2bac SM

Exercice57 : montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$
$(3n+1)\wedge(7n+2)=1$

Exercice58 : montrer que l'ensemble des solutions du système suivant est non vide :
$$\begin{cases} n \equiv 2[11] \\ n \equiv 3[7] \end{cases}$$

Exercice59 : résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation suivante : $(E)\ 7(x-2)=3(y+1)$

Exercice60 : déterminer l'entier naturel n tel que : $\dfrac{n(n^2+3n-2)}{n+1} \in \mathbb{N}$

Exercice61 : déterminer dans $\mathbb{N}^2$ les couples $(x;y)/\begin{cases} x+y=48 \\ x \wedge y=4 \end{cases}$ avec $x \le y$

Exercice62: résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système suivant: $\begin{cases} 2x \equiv 3[7] \\ 3x \equiv 1[5] \end{cases}$

Exercice63: 1)Montrer que : $\forall a \in \mathbb{Z}^*$ et $\forall b \in \mathbb{Z}^*$
on a : $a \wedge b = 1 \Rightarrow \begin{cases} a \wedge (a+b)=1 \\ b \wedge (a+b)=1 \\ a \wedge b(a+b)=1 \\ (a+b)\wedge ab=1 \end{cases}$

Exercice64 : Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$
$(2n+5)\wedge(n^2+5n+6)=1$

Exercice65 : en utilisant Fermat Montrer que :
1) $3^{13}+5^{35}+7^{57} \equiv 1[11]$
2) $2^{16n+1}+7^{32n+2} \equiv 0[17]$

Exercice66 : écrire dans le système de numération a base 3 le nombre 73

Exercice67 : déterminer les entiers naturels x et y tel que : $\overline{x0y}_{(5)}=\overline{y0x}_{(7)}$

Exercice68 :1) résoudre dans $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$
$\bar{2}x^3+x+\bar{3}=\bar{0}$
2) déterminer les entiers naturels n tels que : 7 divise $\overline{2013}_{(n)}$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »
Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien