# TD :LA ROTATION DANS LE PLAN

**Exercice1 :** ABCD est un carré de centre O tel que : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ positif. Soit $r_A$ la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et $r_O$ une rotation de centre O et d'angle $\alpha$ .

1) Déterminer $r_A(A)$ ; $r_A(B)$ ; $r_A(D)$ ,

2) Comment choisir $\alpha$ pour avoir $r_O(A)=B$ ?

Comment choisir $\alpha$ pour avoir $r_O(A)=C$ ?

**Exercice2 :** ABCD est un carré tel que : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ positif et Soit $r$ la rotation de centre A et d'angle $\pi/2$

Décomposer la rotation $r$ en composée de deux symétries orthogonales

**Exercice3 :** ABC est un triangle.

On construit à l'extérieur deux triangles $ABD$ et $ACE$ isocèles et rectangles en A

1)Montrer que : $BE=CD$ 2)Montrer que : $(BE)\perp(CD)$

**Exercice4 :** ABC est un triangle tel que : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ positif. On construit à l'extérieur les carrés $ABDE$ et $ACFG$

Soit $r$ la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

déterminer : $r(E)$ et $r(C)$

Et Montrer que : $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CE})\equiv(\overrightarrow{GA},\overrightarrow{GB})[2\pi]$

**Exercice5 :** ABCD est un carré de centre O tel que : $(\overrightarrow{0A},\overrightarrow{0B})$ positif.

$I$ et $J$ deux points tels que : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

Montrer que $(OI)\perp(OJ)$ et $OI=OJ$

**Exercice6 :** ABCD est un carré de centre O tel que : $(\overrightarrow{0A},\overrightarrow{0B})$ positif. Soit $(D)$ la droite parallèle a $(BD)$ et coupe $(AD)$ en $M$ et coupe $(AB)$ en $N$ et Soit $r$ la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$ . $E$ et $F$ les images $M$ et $N$ respectivement Par la rotation $r$

1)Faire une figure et Montrer que $(EF)\perp(MN)$

2)Déterminer l'image de la droite $(BD)$ par la rotation $r$

3)Montrer que $DN=FA$ et $(EF)\parallel(AC)$

**Exercice7 :** ABC est un triangle isocèles et rectangles en A tel que : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ positif et $O$ le milieu du segment $[BC]$.D et E deux points tels que : $\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}$

Montrer que $ODE$ est un triangle isocèles et rectangles en $O$

**Exercice8 :** ABCD est un carré tel que : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ positif. et AED et AFB deux triangles équilatéraux

Montrer que les points : E et C et F sont alignés

**Exercice9 :** ABCD est un carré tel que : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ positif et Soit $r$ la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

1)déterminer la nature de la transformation suivante : $S_{(AD)}\circ S_{(AB)}$

1)on considère les rotations suivantes : $r\left(A;\frac{\pi}{2}\right)$ et $r'\left(B;\frac{\pi}{2}\right)$ et $r''\left(C;-\frac{\pi}{2}\right)$

déterminer la nature des transformations suivante : $r\circ r'$ et $r\circ r''$

**Exercice10 :** ABCD est un carré de centre O tel que : $(\overrightarrow{0A},\overrightarrow{0B})$ négatif. Soient M, N, P et Q quatre points dans le plan tels que : $\overrightarrow{DQ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{CP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

la droite $(AN)$ coupe les droites $(DM)$ et $(BP)$ Respectivement en E et F

la droite $(CQ)$ coupe les droites $(DM)$ et $(BP)$ Respectivement en H et G

Soit $r$ la rotation de centre O et d'angle $-\pi/2$

1)Faire une figure dans le cas ou : $AB = 6cm$

2)Montrer que : $r(M) = N$ et $r(N) = P$ et $r(P) = Q$ et $r(Q) = M$

3) a)Montrer que : $r(F) = G$

b)en déduire que : le triangle $FOG$ est isocèle et rectangle en $O$

4)a) calculer : $(r \circ r)(F)$ et $(r \circ r)(E)$

4)b) en déduire que :les segments $[EG]$ et $[FH]$ ont le même milieu

5) Montrer que : EFGH est un carré

**Exercice11 :** ABCD est un carré de centre O tel que : $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) \equiv \pi/2[2\pi]$. Soient I, J, K et L les milieux respectivement des segments $[AB]$ et $[BC]$ et $[CD]$ et $[DA]$.

1)Déterminer les mesures des angles suivants :

a) $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right)$ b) $\left(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}\right)$ c) $\left(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CA}\right)$ d) $\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CD}\right)$

2)soit $S_{(AB)}$ la symétrie axiale d'axe $(AB)$

soit $r_{\left(A;\frac{\pi}{2}\right)}$ la rotation de centre A et d'angle $\pi/2$

et $t_{\vec{u}}$ la translation de vecteur $\vec{u}$

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes :

a) $F = S_{(AC)} \circ S_{(BD)}$ b) $G = S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$

c) $H = r_{(D;\pi)} \circ r_{(A;\pi)}$ d) $K = r_{\left(C;\frac{\pi}{2}\right)} \circ r_{(D;\pi)} \circ r_{\left(A;\frac{\pi}{2}\right)}$

**Exercice12 :** ABC est un triangle rectangles en A tel que : $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) \equiv \alpha[2\pi]$ et $\alpha \succ 0$

Soit $r$ la rotation de centre B et d'angle $\alpha$ .

1)Construire les points E et F tel que : $r(A) = E$ et $r(C) = F$

2)Montrer que $(EF) \perp (BC)$

3)Soit $(AC) \cap (EF) = \{I\}$ et $r(I) = J$

a) Montrer que les points E ; F et J sont alignés

b)Montrer que E est le milieu du segment $[IJ]$.

4)Soit $(AB) \cap (IJ) = \{K\}$ Montrer que $r(K) = C$

**Exercice13 :** ABC est un triangle équilatéral tel que : $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ et O le centre de gravité du triangle ABC

Et I le milieu du segment $[IJ]$.

1)déterminer une droite $(D)$ tel que :

$r\left(B; -\frac{\pi}{3}\right) = S_{(D)} \circ S_{(BO)}$

2)déterminer les droites $(\Delta_1)$ et $(\Delta_2)$ tel que :

$r\left(O; \frac{2\pi}{3}\right) = S_{(\Delta_1)} \circ S_{(\Delta_2)}$

3)déterminer la nature de la transformation suivante : $S_{(AI)} \circ S_{(AB)}$

**Exercice14 :** ABC est un triangle tel que : $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$ et D l'image de B par symétries orthogonales d'axe $(AC)$ et E l'image de C par symétries orthogonales d'axe $(AD)$

Montrer que $\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}\right) \equiv \left(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DA}\right)[2\pi]$

**« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »**
**Dit un proverbe.**
**C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices**
**Que l'on devient un mathématicien**