Série d"Exercices sur le produit scalaire:

Exercice1:

Le plan (P) est muni au RON $(O, \vec{i}, \vec{j})$ Soient:

$D\begin{pmatrix}3\\7\end{pmatrix}$, $C\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$

(Δ) est l'ensemble des points $M(x,y)$ tels que :

$$(1): \quad \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = 4$$

1) Déterminer les coords. de $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$.
2) Montrer que $A \notin (\Delta)$ et $B \notin (\Delta)$.
3) Montrer que $C \in (\Delta)$ et $D \in (\Delta)$.
4) Calculer $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}$ en fonction de x et y.
5) Montrer que (Δ) est une droite et donner son équation cartésienne .
6) Construire A ; B ; C et (Δ).
7) Montrer que : $M \in (\Delta) \Leftrightarrow \overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AB} = O$
8) Que représente le vecteur $\overrightarrow{AB}$ pour (Δ) ?

Exercice2:

Le plan (P) est muni au RON $(O, \vec{i}, \vec{j})$ Soient:

$D\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}$, $C\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$

(Δ) est l'ensemble des points $M(x,y)$ tels que :

$$(1): \quad \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BC} = -9$$

1) Donner les coords. de $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{BD}$.
2) Montrer que $B \notin (\Delta)$ et $C \notin (\Delta)$.
3) Montrer que $A \in (\Delta)$ et $D \in (\Delta)$.
4) Calculer $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{BC}$ en fts de x et y.
5) Montrer que (Δ) est une droite et donner son équation cartésienne .
6) Construire $A ; B ; C ; D$ et (Δ).
7) Montrer que : $M \in (\Delta) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}) = O$
8) Que représente le vecteur $\vec{U} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ pour (Δ) ?

Exercice3:

Le plan (P) est muni au RON $(O, \vec{i}, \vec{j})$ Soient:

$D\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$, $C\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

1) Donner les coords. de $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{DB}$.
2) Calculer les distances AB و AC و AD و DB.
3) Déterminer la nature du triangle ABC.
4) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$. Que peut-on déduire pour le triangle ABD ?
5) a) Calculer $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DA}$ et $\det(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DA})$

   b) Calculer $\cos(\widehat{\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DA}})$ و $\sin(\widehat{\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DA}})$

   c) En déduire une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DA}})$.
6) Soit (Γ) le cercle de centre A et passant par B.
   a) Déterminer le centre et le rayon de (Γ).
   b) Donner l'équation de (Γ).
   c) Déterminer l'intersection de (Γ) avec l' axe des abscisses.
   d) Déterminer l'intersection de (Γ) avec l' axe des ordonnées.
   e) Déterminer l'équation de la tangente (T) au cercle (Γ) au point B.

Exercice4:

Le plan (P) est muni au RON $(O, \vec{i}, \vec{j})$ Soient:

$C\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$, $A\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$

(Γ) est l'ensemble des points $M(x,y)$ tels que :

$$(1): \quad \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 7$$

1) Donner les coords. de $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BD}$.
2) Montrer que $A \notin (\Gamma)$ et $B \notin (\Gamma)$.
3) Montrer que $C \in (\Gamma)$.
4) Soit I le milieu de $[AB]$.
   a) Montrer que : $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{BI} = -\frac{13}{4}$ et $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.
   b) En déduire que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = -\frac{13}{4} + IM^2$.
   c) Montrer que (Γ) est un cercle et déterminer son centre et son rayon.
5) a) Calculer $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}$ en fonction de x و y.
   b) En déduire l'équation cartésienne de (Γ).
   c) Déterminer l'équation de la tangente (T) au cercle (Γ) au point C