PROF: ATMANI NAJIB

Série2 sur les suites

1BAC BIOF

EXERCICE1:

1) Soit la suite (U_n) définie par: $\begin{cases} U_2 = \frac{14}{5} \\ U_{n+1} = \frac{7U_n}{1+2U_n} \end{cases}$

a) Calculer : U_1 .

b) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in IN^*)$; $0 < U_n < 3$.

c) Etudier la monotonie de la suite (U_n).

2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de IN^* : $V_n = \frac{U_n}{3-U_n}$.

a) Montrer que (V_n) est géométrique et déterminer sa raison .

b) Déterminer V_n puis U_n en fonction de n .

3) On pose : $S_n' = \frac{3}{3-U_1} + \frac{3}{3-U_2} + \cdots + \frac{3}{3-U_{n-1}}$.

a) Calculer $S_n = V_1 + V_2 + \cdots + V_{n-1}$.

b) Vérifier que pour tout p de IN^* $\frac{3}{3-U_n} = 1 + V_n$

c) Calculer S_n' .

EXERCICE2:

1) Soit la suite (U_n) définie par: $\begin{cases} U_1 = 11 \\ U_{n+1} = \frac{7U_n - 25}{U_n - 3} \end{cases}$

a) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in IN^*)$; $U_n \neq 5$.

b) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in IN^*)$; $5 \leq U_n \leq 11$.

c) Etudier la monotonie de la suite (U_n).

2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de IN^* : $V_n = \frac{1}{U_n - 5}$.

a) Montrer que (V_n) est Arithmétique de raison $\frac{1}{2}$.

b) Calculer U_n en fonction de n .

3) On pose : $S_n' = \frac{1}{U_1 - 5} + \frac{1}{U_2 - 5} + \cdots + \frac{1}{U_{n+1} - 5}$.

a) Calculer $S_n = V_1 + V_2 + \cdots + V_{n+1}$.

b) Calculer S_n' .

EXERCICE3:

Soit la suite (U_n) *définie par* : $\begin{cases} U_0 = 1 \;;\; U_1 = 2 \\ U_{n+2} = \frac{5}{3}U_{n+1} - \frac{2}{3}U_n \end{cases}$

1) *Calculer* U_2 .

2) *Soit la suite* (V_n) *définie pour tout* $n \in IN$ *par* : $V_n = U_{n+1} - U_n$.

a) *Montrer que* (V_n) *est une suite géométrique.*

b) *Calculer* V_n *en fonction de* n .

3) *Calculer la somme :* $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_{n-1}$.

4) *Montrer que* : $(\forall n \in IN)$; $U_n = 4 - 3\left(\frac{2}{3}\right)^n$.

EXERCICE4:

1) Soit la suite (U_n) définie par: $\begin{cases} U_2 = \frac{4}{3} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 4} \end{cases}$

a) Calculer : U_1 .

b) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in IN^*)$; $1 < U_n < 3$.

c) Etudier la monotonie de la suite (U_n).

2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de IN^* : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$.

a) Montrer que (V_n) est géométrique et déterminer sa raison .

b) Déterminer V_n puis U_n en fonction de n .

3) On pose : $S_n' = \frac{3}{U_2 + 2} + \frac{3}{U_3 + 2} + \cdots + \frac{3}{U_{2n+1} + 2}$.

a) Calculer $S_n = V_2 + V_3 + \cdots + V_{2n+1}$.

b) Vérifier que $\frac{3}{U_n + 2} = 1 - V_n$

c) Calculer S_n' .

EXERCICE5:

1) Soit la suite (U_n) définie par: $\begin{cases} U_2 = 1/3 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n + 1} \end{cases}$

a) Calculer : U_1 .

b) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in IN^*)$; $0 < U_n$.

c) Etudier la monotonie de la suite (U_n).

2) Soit la suite (V_n) telle que pour tout n de IN^* : $V_n = \frac{1}{2U_n}$.

a) Montrer que (V_n) est Arithmétique de raison $\frac{1}{2}$.

b) Calculer U_n en fonction de n .

3) On pose : $S_n' = \frac{1}{U_3} + \frac{1}{U_4} + \cdots + \frac{1}{U_{n+2}}$.

a) Calculer $S_n = V_3 + V_4 + \cdots + V_{n+2}$.

b) Calculer S_n' .